

DOI: 10.32517/0234-0453-2023-38-5-65-77

# ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБУЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ОНЛАЙН-ТРЕНАЖЕРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ БЕЗУСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

Е. С. Романова<sup>1,2</sup>, М. Н. Рыжкова<sup>2</sup> ✉<sup>1</sup> *Большеокуловская средняя школа, с. Большое Окулово, г. о. Навашинский, Нижегородская область, Россия*<sup>2</sup> *Муромский институт (филиал) Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, г. Муром, Владимирская область, Россия*✉ [masmash@mail.ru](mailto:masmash@mail.ru)

## Аннотация

В статье представлен процесс разработки онлайн-тренажера для решения задач безусловной оптимизации с помощью языка программирования Python и фреймворка Flask. Рассмотрены функциональные требования к тренажеру как к информационной системе. В ходе исследования созданы модели, ее описывающие, а также построены алгоритмы ее работы. В тренажере воспроизведен процесс пошагового обучения двум методам нахождения экстремума функции двух переменных: метод поиска стационарной точки и метод Ньютона. В статье рассмотрен процесс разработки и тестирования тренажера.

Тестирование онлайн-тренажера было проведено на базе Муромского института (филиала) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» в рамках дисциплины «Теория принятия решений». Оно подтвердило, что тренажер позволяет закрепить изученный материал, приобрести навыки решения задач по нахождению экстремума функции двух переменных, отследить ошибки в ходе решения и увидеть результаты проверки решения задач. Тренажер генерирует уравнения по шаблонам, что приводит к высокой вариативности заданий для учащихся. При этом программа способна в автоматическом режиме пошагово проверять решение задачи студентом, что снижает рутинную нагрузку на преподавателя в части проверки решений.

**Ключевые слова:** онлайн-тренажер, безусловная оптимизация, экстремум функции, Python, Flask, метод Ньютона, метод поиска стационарной точки.

## Для цитирования:

Романова Е. С., Рыжкова М. Н. Повышение эффективности обучения студентов с помощью онлайн-тренажера для решения задач безусловной оптимизации. *Информатика и образование*. 2023;38(5):65–77. DOI: 10.32517/0234-0453-2023-38-5-65-77.

# IMPROVING STUDENTS LEARNING EFFICIENCY USING AN ONLINE SIMULATOR FOR SOLVING UNCONDITIONAL OPTIMIZATION PROBLEMS

E. S. Romanova<sup>1,2</sup>, M. N. Ryzhkova<sup>2</sup> ✉<sup>1</sup> *Bolsheokulovskaya School, Bolshoe Okulovo, Navashinsky Urban District, Nizhny Novgorod Region, Russia*<sup>2</sup> *Murom branch of the Vladimir State University, Murom, Vladimir Region, Russia*✉ [masmash@mail.ru](mailto:masmash@mail.ru)

## Abstract

The article describes the process of developing an online simulator for solving unconditional optimization problems using the Python programming language and the Flask framework. The functional requirements for the simulator as an information system are considered. In the course of the research models describing the system were created and algorithms of its operation were built. The simulator reproduces the process of step-by-step training of two methods for finding the extremum of a function of two variables — the method of finding a stationary point and the Newton's method. The article considers the process of developing and testing an online simulator.

Testing of the online simulator was carried out on the basis of Murom Institute (branch) of the Vladimir State University within the discipline "Decision Theory". The test confirmed that the simulator allows to consolidate the studied material, to acquire skills in solving problems on finding the extremum of a function of two variables, to track errors in the course of solving and to see the results of checking the solution of problems. The simulator generates equations by templates, which leads to a high variability of tasks for students. At the same time, the program can automatically step by step check the solution of the problem by the student, which leads to a decrease in the routine workload on the teacher in terms of checking solutions.

**Keywords:** online simulator, unconditional optimization, function extremum, Python, Flask, Newton's method, stationary point search method.

**For citation:**

Romanova E. S., Ryzhkova M. N. Improving student learning efficiency using an online simulator for solving unconditional optimization problems. *Informatics and Education*. 2023;38(5):65–77. (In Russian.) DOI: 10.32517/0234-0453-2023-38-5-65-77.

## 1. Введение

В настоящее время задачи оптимизации ставятся и решаются в науке, технике и любой другой области человеческой деятельности. В связи с этим появляется необходимость изучения различных методов решения задач оптимизации. В силу важности данной темы необходимо большое внимание уделить соответствующей подготовке специалистов. С данной темой студенты знакомятся в высших учебных заведениях на различных дисциплинах. Однако совместной работы студентов и преподавателей не всегда хватает для того, чтобы студенты в полном объеме усвоили пройденный материал и получили практические навыки решения задач, а преподаватели могли осуществлять проверку выполненных работ и контроль за самостоятельной работой студентов.

Актуальность статьи обусловлена следующей проблемой: у преподавателя уходит большое количество времени на проверку каждого уравнения у всех студентов, так как все решения проверяются вручную. Автоматизация рутинной проверки различных этапов решения уравнений даст возможность преподавателю проанализировать ошибки, выявить причины неудачного решения и помочь студенту исправить недочеты, не теряя времени на проверку решения.

Задачи безусловной оптимизации, решаемые различными методами, сложны и объемны, так как в алгоритм их решения входят следующие шаги:

- нахождение производных второго порядка от функции двух переменных;
- решение системы уравнений с двумя переменными.

Кроме того, в целях формирования у студентов требуемых навыков и проведения промежуточных контрольных работ приходится решать много уравнений.

Поэтому необходимо генерировать уравнения, автоматически проверять основные этапы их решения и хранить решения, чтобы отслеживать динамику. Для такой работы необходим онлайн-тренажер, который могли бы самостоятельно использовать как студенты (для получения навыков решения), так и преподаватели (для контроля качества знаний).

Большинство задач безусловной оптимизации являются однотипными, так как решение сводится к нахождению экстремума функции двух переменных. Поэтому самый лучший вариант — упростить процесс решения таких задач. В этом случае возможно использовать информационные системы, автоматизирующие процесс проверки решения задач безусловной оптимизации.

Использование виртуальных лабораторных практикумов, онлайн-тренажеров и различных про-

грамм, которые автоматизируют те или иные аспекты процесса обучения, — это актуальная область образования, особенно востребованная в последние годы. В. Н. Ранних в статьях «Электронный практикум как дидактическое средство повышения качества обучения в вузе» [1] и «Роль виртуального лабораторного практикума в улучшении когнитивных и мотивационных показателей обучения в вузе» [2] подтверждает эффективность электронного практикума и повышение мотивации студентов при его использовании в высшей школе. Во многих исследованиях отражены примеры разработки и применения виртуальных лабораторных комплексов по различным дисциплинам. Например, опыт применения виртуальных лабораторных работ описан в статьях Э. И. Закировой [3], Ю. А. Портнова и И. Л. Мальшаковой [4], В. Ю. Бодрякова и А. А. Быкова [5], С. З. Юлуковой [6], в монографии М. В. Шабановой и др. [7].

Конечно, виртуальные практикумы и виртуальные лабораторные работы имеют как преимущества, так и недостатки. Их соотношению в подготовке будущих инженеров посвящена статья Т. А. Савкиной и др. «Виртуальный лабораторный практикум» [8]. Так, в работе Ю. А. Портнова и И. Л. Мальшаковой «Организация лабораторных работ в условиях дистанционного обучения» [4] в качестве основного недостатка указывается невозможность проведения измерительных работ с физическими приборами, а в статье Е. Н. Сидоровой «Виртуальная лаборатория как метод обучения математике» [9] — сложность реализации графических заданий учениками на компьютерах (построения графиков и функций). Е. Е. Фомичева в исследованиях «Выполнение лабораторных работ в условиях дистанционного обучения» [10] и «Виртуальные лабораторные работы в дистанционном обучении физике» [11] указывает на сложность создания виртуальных лабораторных работ как программного продукта. В статье А. В. Пец «Цифровые лаборатории как когнитивный метод обучения» [12] предлагается решение основной проблемы — стыковки программного продукта и данных, получаемых от реальных приборов. А в работе Т. В. Никулиной и Е. Б. Стариченко «Виртуальные образовательные лаборатории: принципы и возможности» [13] как один из недостатков указывается потребность в значительных компьютерных ресурсах для выполнения и хранения виртуальных лабораторных работ. При этом с точки зрения автоматизации рутинных операций достоинства перевешивают все существующие недостатки.

Много исследований посвящено процессу разработки самих программ, которые реализуют функции электронных практикумов или виртуальных лабораторных работ. Например, разработке виртуальной лабораторной по физике посвящены работы [14, 15],

в том числе с помощью программных продуктов, таких как GeoGebra [16], MS Excel [17], MathCad [18]. Разработке виртуальной лабораторной по математике посвящена работа Е. А. Ефимчика [19].

**Целью настоящей статьи** является разработка онлайн-тренажера для решения задач безусловной оптимизации.

Основными задачами данного тренажера будут:

- генерирование большого количества различных по форме уравнений и их поэтапное решение, в ходе которого возможно отследить промежуточные результаты, необходимые для выявления ошибок в решении;
- генерирование коэффициентов уравнения случайным образом, что исключит возможность списывания и угадывания ответов и позволит увеличить объективность оценивания полученных навыков;
- возможность добавления новых видов уравнений;
- хранение уравнений и их поэтапных решений для предоставления статистической информации: например, динамику тренировок можно будет отследить по диаграммам, которые показывают изменение времени решения уравнений.

Онлайн-тренажер предоставит преподавателям следующие возможности:

- автоматизировать процесс проверки решения задач;
- увеличить количество заданий, выдаваемых студенту в рамках занятия;
- контролировать самостоятельность работы студентов.

Онлайн-тренажер предоставит студентам следующие возможности:

- закрепить изученный материал;
- приобрести навыки решения задач по нахождению экстремума функции двух переменных;
- отследить ошибки в ходе решения;
- увидеть результаты проверки решения.

## 2. Разработка онлайн-тренажера

На основании анализа источников и предметной области применения разрабатываемого решения можно сформулировать следующие **функции, которые должен выполнять онлайн-тренажер**.

**Первая функция** — это **предоставление возможности решения задач безусловной оптимизации двумя методами: методом нахождения стационарной точки и методом Ньютона**. Метод нахождения стационарной точки используется для поиска минимума или максимума функции, а метод Ньютона — для поиска корня уравнения. Они оба широко применяются в задачах оптимизации и имеют свои преимущества и недостатки, которые должны быть изучены студентами.

**Вторая функция** — **предоставление обучающемуся возможности поэтапного решения**

**задачи с отслеживанием ошибок на промежуточных этапах**. Это помогает студентам систематизировать процесс решения задач и снизить вероятность допущения ошибок.

**Третья функция** — **предоставление большого количества уравнений безусловной оптимизации различного вида**. Это позволяет обучающимся практиковаться в решении различных видов задач оптимизации, что может быть полезно в будущей профессиональной деятельности.

**Четвертая функция** — **генерирование коэффициентов уравнений случайным образом в некотором диапазоне**. Это создает уникальные задачи для каждого обучающегося, что может улучшить их понимание темы.

**Пятая функция** — **поэтапное решение уравнений безусловной оптимизации для обеспечения проверки правильности пошагового решения задачи**. Это помогает обучающимся лучше понимать каждый шаг процесса оптимизации и снижает вероятность допущения ошибок.

**Шестая функция** — **возможность добавления новых видов уравнений в базу данных**. Это расширяет функциональность онлайн-тренажера и обеспечивает обучающимся доступ к новым материалам.

**Седьмая функция** — **предоставление материала для теоретического обучения**. Это помогает обучающимся лучше понимать концепции и теорию, связанные с задачами безусловной оптимизации.

**Восьмая функция** — **предоставление результатов, таких как количество ошибок и время решения задач**.

Построим функциональную модель системы [20]. Зададим модель системы в виде:

$$Y = f(X),$$

где  $X, Y$  — векторы, состоящие из

$$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}\},$$

$$Y = \{y_1, y_2\},$$

где:

- $x_1$  — фамилия;
- $x_2$  — имя;
- $x_3$  — отчество;
- $x_4$  — адрес электронной почты;
- $x_5$  — пароль;
- $x_6$  — функция двух переменных;
- $x_7$  — значение начальной точки;
- $x_8$  — производная функции первого порядка по переменной  $x$ ;
- $x_9$  — производная функции первого порядка по переменной  $y$ ;
- $x_{10}$  — матрица Гессе;
- $x_{11}$  — определитель матрицы Гессе;
- $x_{12}$  — искомый  $x$ ;
- $x_{13}$  — искомый  $y$ ;
- $y_1$  — решения;
- $y_2$  — статистика.

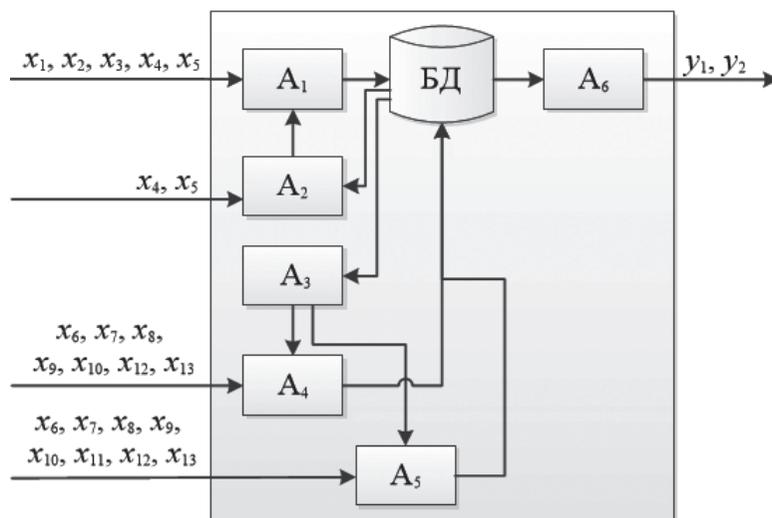


Рис. 1. Функциональная модель онлайн-тренажера

Fig. 1. Online simulator functional model

На рисунке 1 представлена функциональная модель онлайн-тренажера, где:

- $A_1$  — блок регистрации, в котором введенные пользователем данные сохраняются в базу данных;
- $A_2$  — блок авторизации: введенные пользователем данные (адрес электронной почты и пароль) сверяются с данными в базе данных; если пользователь зарегистрирован, он авторизуется на сайте, если нет — ему будет предложено пройти регистрацию;
- $A_3$  — блок генерации уравнений, где из базы данных случайным образом выбираются уравнения в общем виде и буквенные коэффициенты заменяются на числовые в некотором диапазоне;
- $A_4$  — блок, реализующий решение задачи *методом нахождения стационарной точки*. В данном блоке проверяются введенные пользователем промежуточные этапы решения уравнения, производится подсчет ошибок и фиксируется время решения уравнения, отображаются введенные пользователем данные и сообщение о верном или неверном ответе, все данные записываются в базу данных (БД).

Решение уравнения данным методом осуществляется с помощью алгоритма.

- 1) Найти частные производные функции:

$$\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}.$$

- 2) Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial f}{\partial y} = 0. \end{cases}$$

Затем найти критические точки функции.

- 3) Найти частные производные второго порядка, вычислить их значения в каждой критической точке и с помощью достаточного условия сделать вывод о наличии экстремумов.

- 4) Найти экстремумы функции;

- $A_5$  — блок, реализующий решение задачи *методом Ньютона*. В данном блоке проверяются введенные пользователем промежуточные этапы решения уравнения, производится подсчет ошибок и фиксируется время решения уравнения, отображаются введенные пользователем данные и сообщение о верном или неверном ответе, все данные записываются в БД.

Решение уравнения данным методом осуществляется с помощью алгоритма.

- 1) Находится градиент функции:

$$\nabla f(x, y) = \left[ \frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y} \right].$$

- 2) Находится значение градиента в начальной точке.

- 3) Вычисляется матрица Гессе для функции:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} & \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \end{bmatrix}.$$

- 4) Определяется точка с координатами:

$$A^{(1)} = A^{(0)} - H(A^{(0)})^{-1} \cdot \nabla f(A^{(0)}),$$

где  $H^{-1}$  — обратная матрица Гессе. Точка  $A^{(1)}$  является искомой;

- $A_6$  — блок обработки статистических данных. В данном блоке формируется диаграмма, на которой отображены время решения уравнений и количество ошибок в каждой попытке.

### 3. Результаты реализации системы

Разработка онлайн-тренажера была выполнена на языке программирования Python с использованием фреймворка Flask.

После запуска программы на экране отображается главная страница веб-приложения (рис. 2). В верхней части расположено меню со ссылками на соответствующие страницы: «Главная», «Авторизация», «Решить уравнение», «Добавить уравнение», «Просмотр работ». Ссылка «Главная» возвращает пользователя на главную страницу.

На главной странице расположены также ссылки на учебный материал. После нажатия на ссылку осуществляется переход на страницу с методическими указаниями, которые содержат теорию по методам решения задач, описание программы и методики работы (рис. 3).

Переход по ссылке «Авторизация» открывает страницу, на которой пользователь имеет возможность войти в систему. Это необходимо для того, чтобы иметь доступ к закрытым страницам сайта. И если пользователь преждевременно нажал на ссылку, которая недоступна неавторизованным пользователям, то программа перенаправит его на страницу авторизации. Если пользователь еще не зарегистрирован в системе, ему предоставляется возможность регистрации. После нажатия на ссылку «Регистрация» пользователю необходимо заполнить все поля, а затем нажать на кнопку «Регистрация». Если все поля заполнены успешно, информация о пользователе добавляется в базу данных, а пользо-

ватель перенаправляется на страницу авторизации, где появляется сообщение об успешной регистрации. Теперь пользователю открыт доступ к закрытым страницам.

После перехода по ссылке «Решить уравнение» отображается страница, где пользователь может сгенерировать уравнение и приступить к решению задачи. После нажатия на кнопку «Сгенерировать уравнение и значение начальной точки» на странице отображается уравнение и значение начальной точки (рис. 4). Уравнения генерируются следующим образом: из базы данных выбирается уравнение в общем виде с двумя переменными, после чего буквенные коэффициенты заменяются на числовые в некотором диапазоне. Данный способ позволяет исключить повторение одинаковых уравнений и повысить эффективность обучения решению уравнений.

После перехода по ссылке «Перейти к решению» пользователь может решать уравнение, заполняя промежуточные этапы решения на странице (рис. 5). Для того чтобы проверить решение, необходимо нажать на кнопку «Проверить», и на странице отобразятся введенные данные и сообщение о верном или неверном ответе.

Преподаватель или администратор системы имеет следующие возможности:

- добавлять уравнения в базу данных;
- просматривать работы учащихся и статистику по процессу обучения.

После перехода по ссылке «Добавить уравнение» пользователь может добавить уравнение в базу данных (рис. 6).

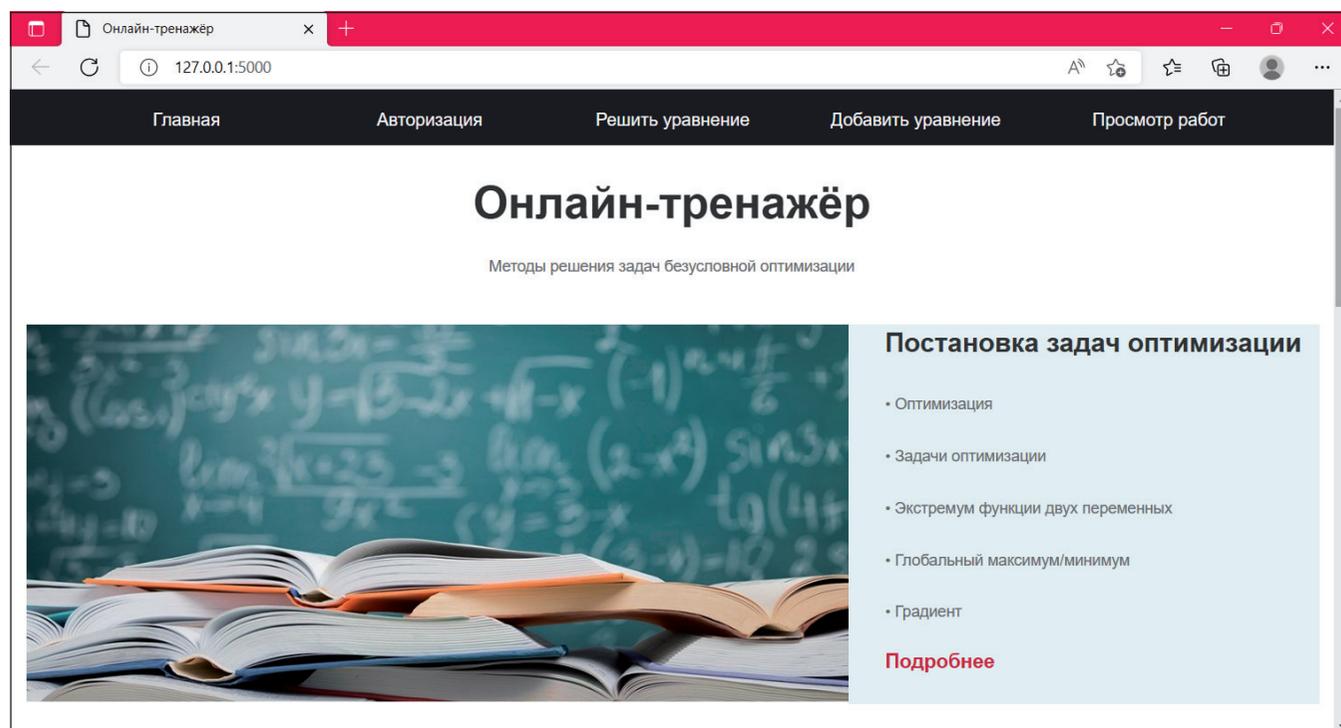


Рис. 2. Главная страница веб-приложения

Fig. 2. Home page of online simulator

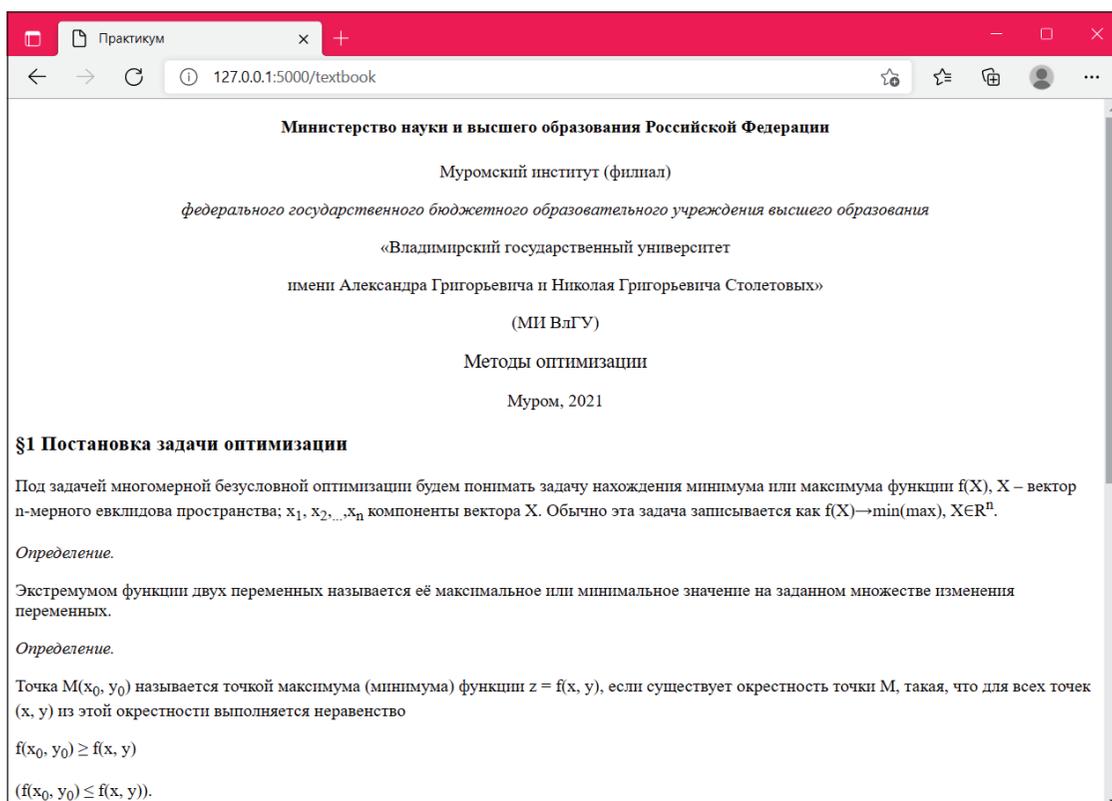


Рис. 3. Страница с теоретическим материалом

Fig. 3. Page with theoretical materials

Главная    Авторизация    Решить уравнение    Добавить уравнение    Просмотр работ

## Сгенерировать уравнение

Методы решения задач безусловной оптимизации

**Сгенерировать уравнение и значение начальной точки**

**Уравнение:**  
 $-3 \cdot (-5 \cdot x + 9 \cdot y)^2 + 1 \cdot x^2$     [6, -1]

**Метод нахождения стационарной точки**

Найти экстремум функции двух переменных

[Перейти к решению](#)

**Метод Ньютона**

Найти минимум  $f(x)$  на заданном отрезке с точностью  $\epsilon = 0,01$

[Перейти к решению](#)

**Статистика**

Посмотреть статистику

[Посмотреть](#)

Рис. 4. Страница выбора метода решения задачи  
 Fig. 4. Page for choosing a method for solving a problem

**Метод нахождения стационарной точки**

**Уравнение**  
 $-3 \cdot (-5x + 9y)^2 + 1 \cdot x^2$

1)  $\partial f(x,y)/\partial x =$

2)  $\partial f(x,y)/\partial y =$

3)  $\partial f(x,y)/\partial x = 0$

4)  $\partial f(x,y)/\partial y = 0$

5) Записать коэффициенты и столбец свободных членов

\*x +  \*y =

\*x +  \*y =

6) x =

7) y =

8)  $A_1(x,y)$

Вводите значения через запятую

9) Составить матрицу Гессе (H)

10) Значение функции в точке  $A_1$ :  $f(A_1) =$

**Проверить решение**

Рис. 5. Решение задачи методом нахождения стационарной точки  
 Fig. 5. Solving the problem by finding a stationary point

**Добавить уравнение**

Главная    Авторизация    Решить уравнение    Добавить уравнение    Просмотр работ

**Уравнения в базе данных:**

- $a \cdot (b \cdot x + c \cdot y)^2 + d \cdot x^2$
- $a \cdot x^2 + (b \cdot x + c \cdot y)^2$
- $a \cdot x^2 + (b \cdot x + c \cdot y)^2 + d$
- $a \cdot x + b \cdot x^2 + (c \cdot y + d)^2$
- $y^2 + (a \cdot x + b \cdot y)^2 + c$
- $b \cdot y^2 + a \cdot x^2 + (c \cdot x + d \cdot y)^2$
- $a \cdot (b \cdot x + c \cdot y)^2 + d \cdot x^2$
- $a \cdot y^2 + (b \cdot x + c \cdot y)^2 + d$
- $a \cdot (y + b \cdot x)^2 + c \cdot y^2 + d$
- $(a \cdot y + b \cdot x)^2 + b \cdot x^2 + c$

**Добавить уравнение в базу данных**

В базу данных можно добавить любое квадратичное уравнение в общем виде

- коэффициенты - a, b, c, d
- переменные - x, y

Уравнение

**Добавить**

Рис. 6. Добавление уравнения в базу данных  
 Fig. 6. Adding an equation to the database

The screenshot shows a web browser window with the URL 127.0.0.1:5000/view. The page has a navigation bar with links: Главная, Авторизация, Решить уравнение, Добавить уравнение, and Просмотр работ. Below the navigation bar, there are two tabs: "Метод нахождения стационарной точки" (selected) and "Метод Ньютона".

Номер работы	Фамилия	Имя	Отчество	E-mail	Время выполнения работы (часы:минуты:секунды)	Дата
1	Аверина	Екатерина	Сергеевна	katerina_140900@mail.ru	0:5:13	2022-03-21
2	Калинина	Ирина	Владимировна	kalinina-irina2002@bk.ru	0:0:53	2022-03-21
4	Усачева	Анастасия	Андреевна	unasteka@mail.ru	0:0:34	2022-03-21
5	Асатрян	Анна	Араратовна	asatryan_nyusha01@mail.ru	0:0:34	2022-03-21
6	Асатрян	Анна	Араратовна	asatryan_nyusha01@mail.ru	0:1:19	2022-03-21
7	Аверина	Екатерина	Сергеевна	katerina_140900@mail.ru	0:1:41	2022-03-29
9	Аверина	Екатерина	Сергеевна	katerina_140900@mail.ru	0:1:23	2022-04-13
10	Романов	Владислав	Сергеевич	vlad05.04.2002@mail.ru	0:9:4	2022-05-11
11	Романов	Владислав	Сергеевич	vlad05.04.2002@mail.ru	0:0:40	2022-05-11

On the right side of the page, there are two sections:

- Найти работы студентов**: A search form with a text input labeled "Фамилия" and a red "Поиск" button.
- Просмотр работ студентов**: A search form with a text input labeled "Номер работы" and a red "Просмотреть" button.

Рис. 7. Страница просмотра работ

Fig. 7. Page for viewing works

Пример отображения информации из БД на странице сайта выглядит следующим образом (рис. 7).

На рисунке 7 видно, что на экран выводится основная информация о студенте: фамилия, имя, отчество и адрес электронной почты, а также время и дата решения уравнения. В тренажере организована возможность поиска работ определенного студента, а также просмотр каждого решенного уравнения. Для просмотра работы студента необходимо ввести номер работы в соответствующее поле, и после нажатия на кнопку «Просмотреть» отобразится страница

с проверенными промежуточными этапами решения уравнения, которые были введены студентом (рис. 8). Данная информация позволяет преподавателю сразу проанализировать ошибки и помочь студенту исправить их.

Разработанный онлайн-тренажер для решения задач безусловной оптимизации имеет несколько преимуществ по сравнению с другими онлайн-калькуляторами. Во-первых, *интерфейс интуитивно понятен*, что позволяет легко пользоваться данной платформой. Во-вторых, *онлайн-тренажер облада-*

The screenshot shows a web browser window with the URL 127.0.0.1:5000/work\_point. The page title is "Метод нахождения стационарной точки".

**Уравнение**  
 $y^2 + (6x + 7y)^2 + 3$

1)  $\delta f(x, y) / \delta x = 72x + 84y$  **Верно**

2)  $\delta f(x, y) / \delta y = 84x + 10y$  **Ответ неверный**

3) Записать коэффициенты и столбец свободных членов

$72x$  Верно +  $80y$  Ответ неверный = 0 Верно  
 $80x$  Ответ неверный +  $100y$  Верно = 1 Ответ неверный

6)  $x = 0$  **Верно**

7)  $y = 1$  **Ответ неверный**

9) Составить матрицу Гессе (H)

$72$  Верно  $80$  Ответ неверный  
 $80$  Ответ неверный  $100$  Верно

10) Значение функции в точке  $A_1$ :  $f(A_1) = 2$  **Ответ неверный**

Рис. 8. Проверенные этапы решения уравнения

Fig. 8. Verified steps for solving the equation

ет гибкостью и масштабируемостью, что позволяет адаптировать его к различным задачам и нагрузкам. В-третьих, *составленные отчеты помогают преподавателям эффективно корректировать процесс обучения* относительно успеваемости каждого студента. В-четвертых, *процесс развертывания платформы очень легкий*. Наконец, *платформе не требуются значительные вычислительные ресурсы*, что делает ее доступной и для учебных заведений с ограниченными техническими возможностями. В целом *разработанный онлайн-тренажер предоставляет удобный и эффективный способ решения задач безусловной оптимизации для студентов и преподавателей*.

#### 4. Результаты работы программы

При проектировании системы было сделано предположение, что использование онлайн-тренажера в процессе обучения не только позволит снизить нагрузку на преподавателя при рутинной проверке, но и позволит студентам сократить время на решение задач безусловной оптимизации и количество ошибок. Для проверки гипотезы тестирование тренажера было проведено в Муромском институте (филиале) ФГБОУ ВО «Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых» (МИВлГУ).

##### 4.1. Решение задач безусловной оптимизации в тетради

В настоящее время студенты решают задачи безусловной оптимизации на практических занятиях по дисциплине «Теория принятия решений». За время проведения одного практического занятия большинству студентов удается решить два-три уравнения в тетради. Чтобы изучить успеваемость студентов, было проведено исследование по класси-

ческой методике занятия. Группа из 14 человек 3-го курса направления подготовки «Прикладная математика и информатика» решала задачи безусловной оптимизации. В ходе занятия было зафиксировано количество решенных уравнений за период проведения занятия и время решения одного уравнения. Собранные данные отражены на графике (рис. 9).

Анализируя представленные данные, можно заметить, что студентам удалось решить не более четырех уравнений за практическое занятие, кроме того, решение уравнения производилось в течение длительного времени: в среднем около 400–800 секунд.

##### 4.2. Решение задач безусловной оптимизации с помощью онлайн-тренажера

Тестирование онлайн-тренажера проходило в группе студентов 3-го курса направления подготовки «Прикладная математика и информатика» среди 14 человек в течение двух занятий при изучении соответствующих методов решения задач безусловной оптимизации.

**Цель эксперимента:** установить закономерность между числом попыток решения уравнений, временем решения и количеством ошибок.

##### Шаги эксперимента:

1. Определить выборку студентов, которые будут участвовать в эксперименте. Они должны иметь одинаковый уровень подготовки и опыт решения математических задач.
2. Предоставить каждому студенту набор уравнений для решения.
3. Зафиксировать время, затраченное на решение каждого уравнения, а также количество допущенных ошибок.
4. Провести не менее 10 попыток решения уравнений каждым студентом.
5. Проанализировать результаты эксперимента, используя статистический метод корреляцион-

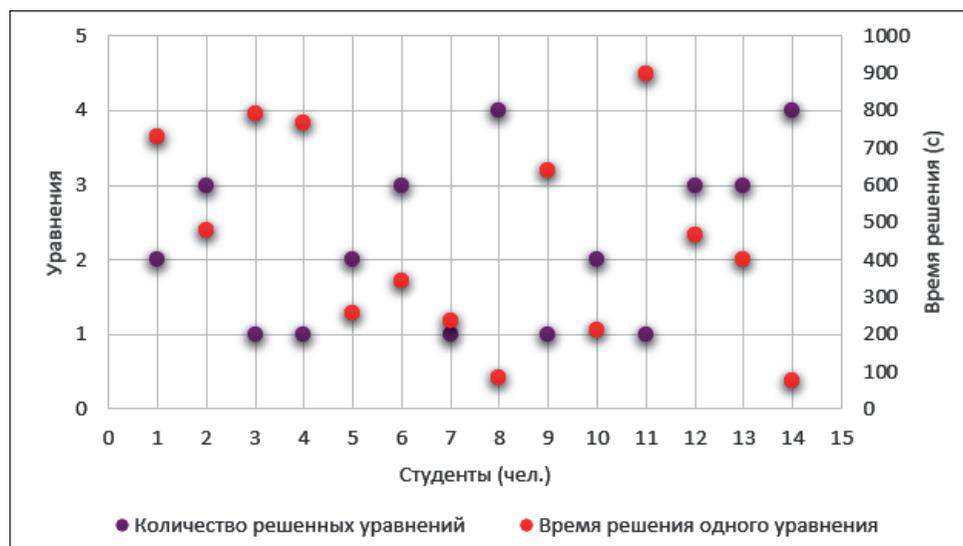


Рис. 9. Результаты студентов

Fig. 9. The student's results

ного анализа, чтобы определить связь между числом попыток, временем решения и количеством ошибок.

6. Сделать выводы о том, как количество попыток влияет на время решения и количество ошибок, и проверить гипотезу о том, что с увеличением числа попыток сокращается время на решение и количество ошибок.
7. Составить отчет об эксперименте и поделиться полученными результатами с научным сообществом.

Подобное планирование эксперимента может помочь подтвердить гипотезу о том, что с увеличением числа попыток решения уравнений сокращается время на их решение и количество ошибок.

В ходе *сбора информации* были зафиксированы время решения уравнений и количество ошибок в каждой попытке для различных студентов. Результаты работы каждого студента были показаны на графике, отражающем динамику решения уравнений. Приведем некоторые примеры.

У *первого студента* выявилась следующая динамика решения уравнений (рис. 10): с увеличением числа попыток заметно сокращается время решения уравнения и количество ошибок. Так, например, в 1-й попытке время решения составило 9 минут, количество ошибок — 8, а уже на 4-й попытке время решения сократилось в два раза и составило около 4 минут, количество ошибок уменьшилось до 3. Таким образом, видно, что на 9-й и 10-й попытках время решения составляет всего 1–2 минуты, и студент не допускает ни одной ошибки. Следовательно, можно сказать, что обучающийся справился с выполнением данной работы и хорошо усвоил алгоритм решения задач.

У *второго студента* выявлена неоднозначная динамика решения (рис. 11): ему так и не удалось безошибочно решить хотя бы одно уравнение. Одна-

ко время решения уравнения и количество ошибок уменьшаются. Так, например, если сравнивать 1-ю и 10-ю попытки, то видно, что на первой попытке время решения составило около 9 минут, а количество ошибок — 10. Но к 10-й попытке время сократилось до 2 минут, а количество ошибок составило всего 2. Из представленной динамики можно сделать вывод, что именно для этого студента 10 попыток оказалось недостаточно, чтобы усвоить весь пройденный материал и безошибочно выполнять задание.

У *третьего студента* выявлена следующая динамика решения (рис. 12): он не затрачивает много времени при решении уравнения, однако в каждой попытке допускает небольшое количество ошибок. Несмотря на относительно стабильные показатели решения, все же можно проследить сокращение времени и числа ошибок: к 10-й попытке студенту удалось решить уравнение безошибочно и затратить на это всего около 2 минут.

Проведенный эксперимент показал, что студенты, использующие онлайн-тренажер, решали больше уравнений за то же время, а также допускали меньше ошибок на промежуточных этапах. Это позволяет сделать вывод о том, что **методика обучения с использованием онлайн-тренажера более эффективна, чем классическая методика**, которая предполагает решение уравнений в тетради. Кроме того, проведенный анализ экспериментальных данных позволяет сделать вывод о верности заявленной в начале исследования гипотезы, так как **с увеличением числа попыток сокращается время решения уравнения и уменьшается количество ошибок, допущенных в каждой попытке**.

Следовательно, онлайн-тренажер может быть рекомендован для использования в качестве инструмента для обучения решению задач безусловной оптимизации.

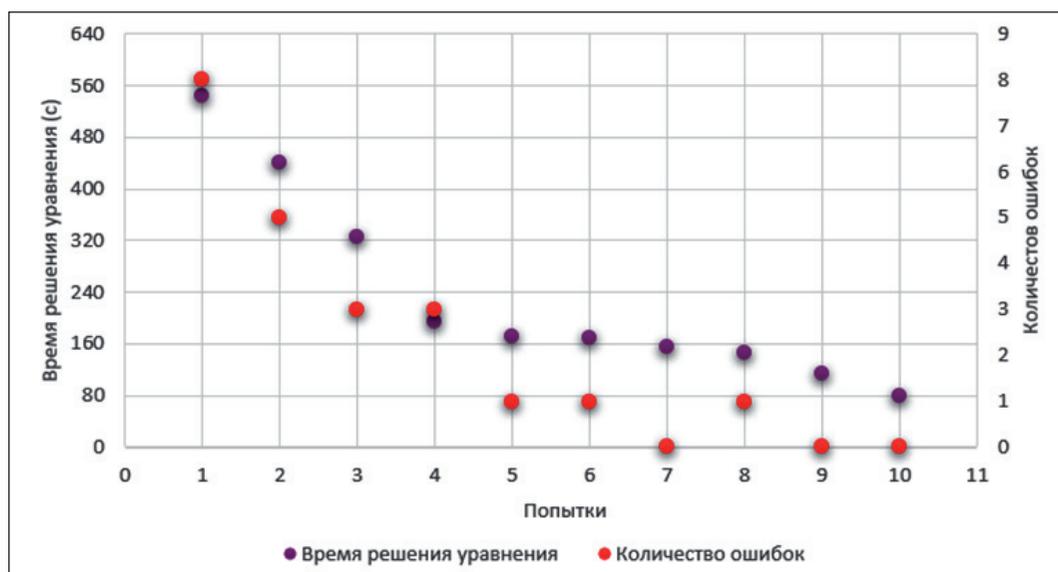


Рис. 10. Динамика решения уравнений первого студента

Fig. 10. Dynamics of solving the first student's equations

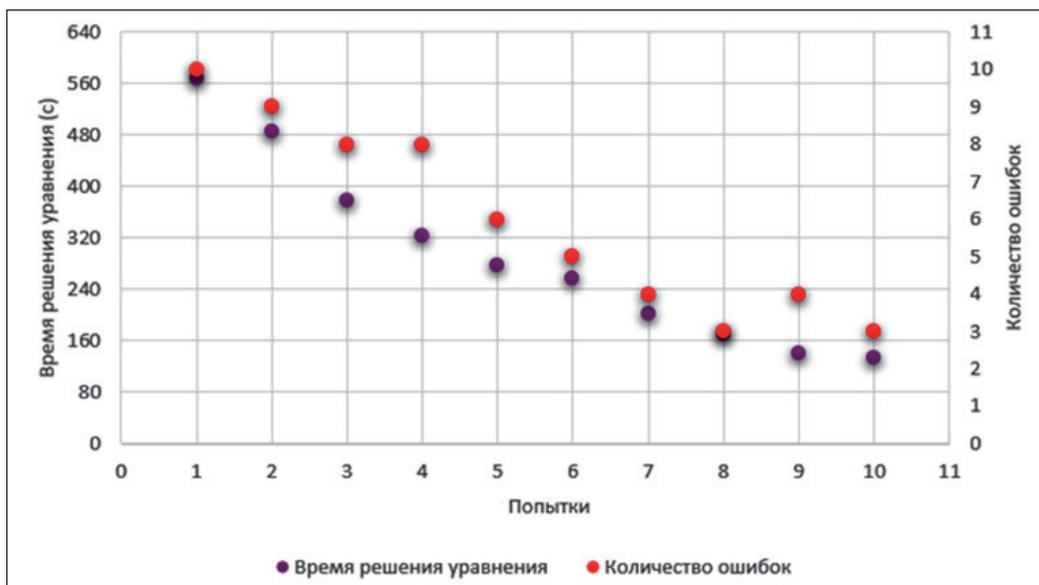


Рис. 11. Динамика решения уравнений второго студента

Fig. 11. Dynamics of solving the second student's equations

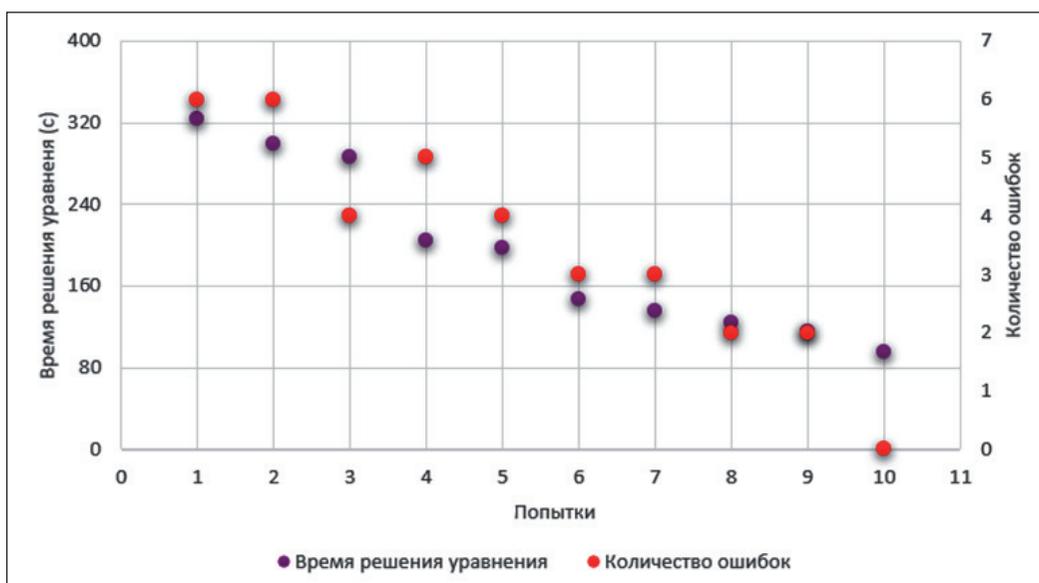


Рис. 12. Динамика решения уравнений третьего студента

Fig. 12. Dynamics of solving the third student's equations

## 5. Выводы

В статье авторами рассмотрен процесс разработки онлайн-тренажера для решения задач безусловной оптимизации и проведен анализ работы реализованной программы.

В результате исследования получены следующие результаты:

1. Анализ предметной области позволил определить основные требования к разработке онлайн-тренажера.
2. Функциональные требования, предъявляемые к онлайн-тренажеру, позволили определить

наполнение, функции программы и цели ее использования в образовательном процессе.

3. Разработанный онлайн-тренажер содержит краткие теоретические сведения, необходимые для решения задач безусловной оптимизации, и генерирует большое количество различных по виду уравнений, а также предоставляет возможность ввода промежуточных этапов решения и осуществляет проверку введенных пользователем данных.
4. Экспериментально доказано, что использование онлайн-тренажера позволяет снизить механическую работу преподавателя при про-

верке результатов освоения студентами тем, посвященных решению оптимизационных задач, а использование онлайн-тренажера повышает качество обучения студентов по данной теме.

### Список источников / References

1. Ранних В. Н. Электронный практикум как дидактическое средство повышения качества обучения в вузе. *Известия Тульского государственного университета. Гуманитарные науки*. 2013;(3-2):280–285. EDN: RVMCOX.

[Rannikh V. N. Electronic workshop as a didactic means of improving training in high school. *Bulletin of Tula State University. Humanities*. 2013;(3-2):280–285. (In Russian.) EDN: RVMCOX.]

2. Ранних В. Н. Роль виртуального лабораторного практикума в улучшении когнитивных и мотивационных показателей обучения в вузе. *Известия Тульского государственного университета. Гуманитарные науки*. 2014;(4-2):205–210. EDN: TVWVJR.

[Rannikh V. N. The role of virtual laboratory workshops in improving cognitive and motivational training in high school indicators. *Bulletin of Tula State University. Humanities*. 2014;(4-2):205–210. (In Russian.) EDN: TVWVJR.]

3. Закирова Э. И. Использование виртуальных лабораторных практикумов в образовательном процессе технического вуза. *Дискуссия*. 2015;(7(59)):122–126. EDN: UIXYUF.

[Zakirova E. I. Using virtual laboratory workshops in the educational process of a technical university. *Discussion*. 2015;(7(59)):122–126. (In Russian.) EDN: UIXYUF.]

4. Портнов Ю. А., Мальшакова И. Л. Организация лабораторных работ в условиях дистанционного обучения. *Проблемы современного образования*. 2021;(3):218–226. EDN: OMFYUQ. DOI: 10.31862/2218-8711-2021-3-218-226.

[Portnov Yu. A., Malshakova I. L. Organizing laboratory classes in the context of distance learning. *Problems of Modern Education*. 2021;(3):218–226. (In Russian.) EDN: OMFYUQ. DOI: 10.31862/2218-8711-2021-3-218-226.]

5. Бодряков В. Ю., Быков А. А. Цифровые лабораторные работы по математике как современный инструмент формирования обучающегося-исследователя. *Педагогическое образование в России*. 2022;(3):148–159. EDN: WJLXUU.

[Bodryakov V. Yu., Bykov A. A. Digital mathematical laboratory works as a modern tool for forming the student-researcher. *Pedagogical Education in Russia*. 2022;(3):148–159. (In Russian.) EDN: WJLXUU.]

6. Юлукова С. З. Применение виртуальной математической лаборатории на уроках геометрии. *Информация и образование: границы коммуникаций. Материалы X Международной научно-практической конференции INFO'18*. Горно-Алтайск: Горно-Алтайский государственный университет; 2018;(10(18)):188–190. EDN: XVXZKX.

[Yulukova S. Z. Applications of virtual mathematical laboratory at geometry lessons. *Information and Education: Boundaries of Communications. Proc. of X Int. Scientific and Practical Conf. INFO'18*. Gorno-Altai, Gorno-Altai State University; 2018;(10(18)):188–190. (In Russian.) EDN: XVXZKX.]

7. Шабанова М. В., Овчинникова Р. П., Ястребов А. В. и др. Экспериментальная математика в школе. Исследовательское обучение: коллективная монография. М.: Издательский дом «Академия естествознания»; 2016. 300 с. EDN: WASRVL. DOI: 10.17513/np.141.

[Shabanova M. V., Ovchinnikova R. P., Yastrebov A. V. et al. Experimental mathematics at school. Research training: A collective monograph. Moscow, Publishing House "Akademija Estestvoznaniya"; 2016. 300 p. (In Russian.) EDN: WASRVL. DOI: 10.17513/np.141.]

8. Савкина Т. А., Вайда О. В., Зальцман Е. Г., Штанговец Е. С. Виртуальный лабораторный практикум. *Решетневские чтения. Материалы XIV Международной научно-практической конференции, посвященной памяти генерального конструктора ракетно-космических систем академика М. Ф. Решетнева*. Красноярск; 2013;2:506–507. EDN: SJCPBJ.

[Savkina T. A., Vada O. V., Zaltsman E. G., Shtangovets E. S. Virtual laboratory practice. *Reshetnev Readings. Proc. XIV Int. Scientific and Practical Conf., Dedicated to the Memory of the General Designer of Rocket and Space Systems Academician M. F. Reshetnev*. Krasnoyarsk; 2013;2:506–507. (In Russian.) EDN: SJCPBJ.]

9. Сидорова Е. Н. Виртуальная лаборатория как метод обучения математике. *Инновационное развитие профессионального образования*. 2019;(3(23)):43–48. EDN: RDJPDG.

[Sidorova E. N. Virtual laboratory as a method of teaching mathematics. *Innovative Development of Vocational Education*. 2019;(3(23)):43–48. (In Russian.) EDN: RDJPDG.]

10. Фомичева Е. Е. Выполнение лабораторных работ в условиях дистанционного обучения. *Современное образование: содержание, технологии, качество. Материалы XXVII международной научно-методической конференции*. СПб.: Издательство СПбГЭТУ «ЛЭТИ»; 2021;1:207–208. EDN: PCUGCA.

[Fomicheva E. E. Laboratory classes in the context of distance learning. *Modern Education: Content, Technologies, Quality. Proc. XXVII Int. Scientific and Methodological Conf. Saint Petersburg, Saint Petersburg Electrotechnical University ("LETI")*; 2021;1:207–208. (In Russian.) EDN: PCUGCA.]

11. Фомичева Е. Е. Виртуальные лабораторные работы в дистанционном обучении физике. *Мир науки, культуры, образования*. 2022;(1(92)):64–69. EDN: QIPDHN. DOI: 10.24412/1991-5497-2022-192-64-69.

[Fomicheva E. E. Virtual laboratory classes in distance learning physics. *Mir Nauki, Kul'tury, Obrazovaniya*. 2022;(1(92)):64–69. (In Russian.) EDN: QIPDHN. DOI: 10.24412/1991-5497-2022-192-64-69.]

12. Пец А. В. Цифровые лаборатории как когнитивный метод обучения. *Вестник Российского государственного университета им. И. Канта. Педагогические и психологические науки*. 2008;(11):81–84. EDN: JWPAGR.

[Pec A. V. Digital laboratories as the cognitive method of training. *Bulletin of the Immanuel Kant Russian Federal University. Pedagogical and Psychological Sciences*. 2008;(11):81–84. (In Russian.) EDN: JWPAGR.]

13. Никулина Т. В., Стариченко Е. Б. Виртуальные образовательные лаборатории: принципы и возможности. *Педагогическое образование в России*. 2016;(7):62–66. EDN: UEQOXE. DOI: 10.26170/po16-07-09.

[Nikulina T. V., Starichenko Ye. B. Virtual educational laboratories principles and opportunities. *Pedagogical Education in Russia*. 2016;(7):62–66. (In Russian.) EDN: UEQOXE. DOI: 10.26170/po16-07-09.]

14. Рыжкова М. Н., Титаренко Д. Ю. Использование виртуальных лабораторных работ при освоении курса физики в процессе обучения студентов радиотехнического профиля. *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2022;(3(47)):76–83. EDN: AKLIXB. DOI: 10.24412/2221-2574-2022-3-76-83.

[Ryzhkova M. N., Titarenko D. U. The use of virtual laboratory works in mastering the physics course when training radio engineering students. *Radio Engineering and Telecommunication Systems*. 2022;(3(47)):76–83. (In Russian.) EDN: AKLIXB. DOI: 10.24412/2221-2574-2022-3-76-83.]

15. Попцов А. В. Опыт разработки и применения информационных технологий в лабораторном практикуме специальных физико-математических дисциплин. *Информационные технологии в обеспечении федеральных государственных образовательных стандартов. Материалы Международной научно-практической конференции*. Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина; 2014;1:66–73. EDN: SNEMVB.

[Poptsov A. V. Experience in the development and application of information technologies in the laboratory practice of special physical and mathematical disciplines. *Information Technologies in the Provision of Federal State Educational Standards. Proc. of Int. Scientific and Practical Conf. Yelets, Bunin Yelets State University*; 2014;1:66–73. (In Russian.) EDN: SNEMVB.]

16. Чиркова Л. Н., Чиркова В. В., Чиркова М. В. Виртуальная информационно-образовательная лаборатория как средство воспитания творческой личности. *Обучение и воспитание: методика и практика*. 2015;(21):39–44. EDN: UBGAAR.

[Chirkova L. N., Chirkova V. V., Chirkova M. V. Virtual information and educational laboratory as a means of educating a creative personality. *Training and Education: Methods and Practice*. 2015;(21):39–44. (In Russian.) EDN: UBGAAR.]

17. Михайлова И. Г. Использование MS Excel при обучении решению задач оптимизации. *Проблемы и перспективы развития образования в России*. 2013;(18):108–111. EDN: RINJFR.

[Mikhailova I. G. Using MS Excel in teaching optimization problem solving. *Problems and Prospects for the Development of Education in Russia*. 2013;(18):108–111. (In Russian.) EDN: RINJFR.]

18. Болотский А. В., Бельдягина Е. Ю., Губанова О. М. Использование современных информационных технологий для решения оптимизационных задач при подготовке будущих специалистов. *Вестник Пензенского государственного университета*. 2019;(2(26)):3–9. EDN: UOGRBW.

[Bolotsky A. V., Beldyagina E. Yu., Gubanova O. M. The use of modern information technologies for solving optimization problems in the preparation of future specialists. *Vestnik of Penza State University*. 2019;(2(26)):3–9. (In Russian.) EDN: UOGRBW.]

19. Ефимчик Е. А. Виртуальная лаборатория для проверки навыков проведения операций над множествами. *Проблемы и перспективы развития образования в России*. 2013;(18):102–108. EDN: RINJFH.

[Efimchik E. A. Virtual laboratory for testing the skills of performing operations on sets. *Problems and Prospects for the Development of Education in Russia*. 2013;(18):102–108. (In Russian.) EDN: RINJFH.]

20. Аверина Е. С. Разработка функциональной модели онлайн-тренажера для решения задач безусловной оптимизации. *Научный потенциал молодежи — будущее России. XIV Всероссийские научные Зворыкинские чтения: сборник тезисов докладов Всероссийской межвузовской научной конференции*. Муром: Муромский институт Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых; 2022:526–528. Режим доступа: [https://www.mivlgu.ru/conf/molodezh2022/pdf/sec14/sec14\\_pap8.pdf](https://www.mivlgu.ru/conf/molodezh2022/pdf/sec14/sec14_pap8.pdf)

[Averina E. S. Development of a functional model of an online simulator for solving problems of unconditional optimization. *The Scientific Potential of Youth — the Future of Russia. XIV All-Russian Scientific Zvorykin Readings: Collection of Abstracts of Reports of the All-Russian Interuniversity Sci. Conf.* Murom, Murom branch of Vladimir State University; 2022:526–528. (In Russian.) Available at: [https://www.mivlgu.ru/conf/molodezh2022/pdf/sec14/sec14\\_pap8.pdf](https://www.mivlgu.ru/conf/molodezh2022/pdf/sec14/sec14_pap8.pdf)

#### **Информация об авторах**

**Романова Екатерина Сергеевна**, учитель информатики, Большеокуловская средняя школа, с. Большое Окулово, г. о. Навашинский, Нижегородская область, Россия; магистрант направления подготовки «Прикладная математика и информатика», профиль «Интеллектуальный анализ данных», кафедра физики и прикладной математики, факультет информационных технологий и радиоэлектроники, Муромский институт (филиал), Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, г. Муром, Владимирская область, Россия; *ORCID*: <https://orcid.org/0009-0001-7394-2942>; *e-mail*: [katerina\\_140900@mail.ru](mailto:katerina_140900@mail.ru)

**Рыжкова Мария Николаевна**, канд. тех. наук, доцент, доцент кафедры физики и прикладной математики, факультет информационных технологий и радиоэлектроники, Муромский институт (филиал), Владимирский государственный университет имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых, г. Муром, Владимирская область, Россия; *ORCID*: <https://orcid.org/0000-0001-7379-6933>; *e-mail*: [masmash@mail.ru](mailto:masmash@mail.ru)

#### **Information about the authors**

**Ekaterina S. Romanova**, Informatics Teacher, Bolsheokulovskaya School, Bolshoye Okulovo, Navashinsky Urban District, Nizhny Novgorod Region, Russia; a master student of the educational program “Applied Mathematics and Informatics”, profile “Data Intellectual Analysis”, the Department of Physics and Applied Mathematics, Faculty of Information Technologies and Radioelectronics, Murom branch of Vladimir State University, Murom, Vladimir Region, Russia; *ORCID*: <https://orcid.org/0009-0001-7394-2942>; *e-mail*: [katerina\\_140900@mail.ru](mailto:katerina_140900@mail.ru)

**Marya N. Ryzhkova**, Candidate of Sciences (Engineering), Docent, Associate Professor at the Department of Physics and Applied Mathematics, Faculty of Information Technologies and Radioelectronics, Murom branch of Vladimir State University, Murom, Vladimir Region, Russia; *ORCID*: <https://orcid.org/0000-0001-7379-6933>; *e-mail*: [masmash@mail.ru](mailto:masmash@mail.ru)

**Поступила в редакцию / Received:** 13.05.23.

**Поступила после рецензирования / Revised:** 11.08.23.

**Принята к печати / Accepted:** 22.08.23.