

Е. В. Белик,

Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В СТАРШЕЙ ШКОЛЕ

Аннотация

В статье рассматриваются роль и место компьютерной визуализации и моделирования изучаемых объектов при обучении математике. Методические аспекты применения средств динамической визуализации математической информации раскрываются на примере разработки и использования сценария модели «Применение производной к исследованию функций» с помощью программы «1С:Математический конструктор».

Ключевые слова: информатизация образования, интерактивные творческие среды динамической математики, «1С:Математический конструктор», компьютерная визуализация, производная.

Современный уровень развития информационных и коммуникационных технологий является одним из ключевых факторов, активизирующих инновационные процессы во всех сферах жизнедеятельности общества, в том числе в системе образования. В связи с этим одним из главных направлений модернизации системы отечественного образования является его информатизация.

Под информатизацией образования будем понимать «целенаправленно организованный процесс обеспечения сферы образования методологией, технологией и практикой создания и оптимального использования научно-педагогических, учебно-методических, программно-технологических разработок, ориентированных на реализацию дидактических возможностей информационных и коммуникационных технологий (ИКТ), применяемых в комфортных и здоровьесберегающих условиях» [3, с. 29].

Совершенствование процесса обучения математике в рамках информационного подхода осуществляется в первую очередь активным применением программно-технологических разработок, среди которых все большую популярность приобретают интерактивные творческие среды динамической математики, такие как «Живая математика», «1С:Математический конструктор», GeoGebra и др. [1].

Эти программы обладают большим потенциалом для наиболее эффективного использования дидактических возможностей ИКТ, реализация которых будет способствовать:

- интенсификации процесса обучения;
- созданию условий для исследования и выявления закономерностей;
- визуализации абстрактных математических понятий и информации об исследуемых объектах или закономерностях;
- обеспечению мгновенной обратной связи между обучаемыми и средствами ИКТ;
- автоматизации вычислительного процесса, обработки результатов опыта или эксперимента;
- возможности многократного повторения эксперимента при различных условиях;
- автоматизации процессов информационно-методической поддержки.

В условиях повышения информационной нагрузки особую актуальность для обучаемого приобретают вопросы структурирования и оперативного применения нового знания, его усвоения на уровне осознания и понимания, а не механического заучивания и воспроизведения. В связи с этим компьютерная визуализация и моделирование изучаемых

Контактная информация

Белик Елена Викторовна, канд. пед. наук, доцент Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича Южного федерального университета, г. Ростов-на-Дону; *адрес:* 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, д. 105/42; *телефон:* (863) 297-51-11; *e-mail:* elena7514@gmail.com

E. V. Belik,

Southern Federal University, Rostov-on-Don

METHODICAL FEATURES OF USING OF INTERACTIVE DYNAMIC MODELS IN THE PROCESS OF TEACHING MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL

Abstract

The article deals with the role and place of computer visualization and modeling of the studied objects when training in mathematics. Methodological aspects of application of tools dynamic visualization of mathematical information reveal on the example of development and use of models "Application of a derivative to research of functions" with the program "1C:MathKit".

Keywords: informatization of education, interactive creative environments of dynamic mathematics, 1C:MathKit, computer visualization, derivative.

или исследуемых математических объектов имеет, на наш взгляд, особое значение, поскольку способствует интенсификации всех психофизиологических механизмов восприятия и усвоения учебного материала.

Использование интерактивных моделей, разработанных в среде динамической математики, обеспечивает комплексную мобилизацию ресурсов образного и логического мышления обучаемого, активизирует его личностный потенциал. Это позволяет реализовать целостное восприятие учебного материала на основе более глубокого понимания связей и зависимостей между объектами, способствует освоению специфических для данной предметной области видов деятельности по получению новых знаний, развитию исследовательских навыков и познавательных способностей.

Интерактивные динамические модели, объединяющие конструирование, динамическое варьирование, эксперимент, не только выполняют иллюстративную функцию в обучении, но и позволяют целенаправленно и эффективно реализовать познавательную функцию наглядности, обладают богатым когнитивно-образовательным потенциалом для формирования необходимых компетенций. Возможность варьирования начальных данных задачи, отслеживание в динамике и визуальное отражение влияния введенных изменений на конечный результат способствуют вооружению обучаемого стратегией усвоения учебного материала, формированию умения выбирать наиболее эффективные способы решения, соотносить свои действия с планируемыми результатами, корректировать их в соответствии с изменяющейся ситуацией.

Особую актуальность в этом контексте приобретает проблема визуализации математических понятий, изучаемых в основном в старшей школе, конкретные образы которых не проявляются явно в окружающей действительности, а их смысл часто оказывается за пределами понимания обучаемых. Следствием этого является формальное заучивание определений, непонимание практической значимости материала, отсутствие мотивации к обучению.

Например, тема «Производная» считается одной из наиболее сложных тем школьного курса алгебры и начал математического анализа в силу высокой степени абстракции ее основных понятий.

В аналитическом отчете о результатах ЕГЭ по математике за 2015 год отмечается, что базовые задания по математическому анализу по-прежнему вызывают у школьников значительные трудности. Так, задание на понимание смысла производной, применение производной к исследованию функций и построению графиков выполняют менее половины участников профильного экзамена (42,3 %). Причем эта величина почти не меняется в течение последних пяти лет. В связи с этим методисты рекомендуют при изучении начал математического анализа смещать акцент с формальных вычислений на понимание базовых понятий, связей и зависимостей между ними [4].

Как показывает практика, трудности, возникающие при выполнении заданий на применение производной к исследованию функций, обусловле-

ны тем, что обучаемые усваивают теоремы о связи между знаком производной и свойствами функции в основном на уровне заучивания, а не понимания. Отсутствие наглядных представлений о характере зависимости между функцией и ее производной приводит к тому, что школьники приписывают свойства самой функции ее производной и наоборот.

Рассмотрим возможности использования среды «1С:Математический конструктор» при изучении темы «Применение производной к исследованию функций».

«1С:Математический конструктор» является одной из лучших российских разработок в области интерактивных динамических систем, реализующих идеи компьютерной визуализации и моделирования математических объектов [2]. Поскольку программа имеет удобный, интуитивно понятный графический интерфейс, дополненный подробным руководством для пользователя, то ни учителя, ни обучаемые при работе с ней не испытывают существенных затруднений. Наличие средств автоматической проверки геометрических построений и символьных ответов обеспечивает мгновенную обратную связь между обучаемым и программой. Пользователи могут работать с готовыми моделями, коллекция которых предлагается вместе с этой конструктивной средой, или же создавать свои полнофункциональные и работающие автономно от «1С:Математического конструктора» модели-задания, направленные на решение тех или иных учебных задач [1]. Программа имеет широкие возможности для автоматизации процессов информационно-методической поддержки процесса обучения. Ее инструментарий позволяет создавать управляемые пошаговые сценарии работы с многоуровневыми заданиями, в частности динамические чертежи с визуальными подсказками. При помощи «1С:Математического конструктора» можно создавать демонстрации рассуждений (презентации). На таких чертежах имеется краткий текст, описывающий по шагам ход доказательства, построения или вычисления и содержащий гиперссылки, управляющие показом.

Для моделирования математических объектов, изучаемых в курсе алгебры и начал математического анализа, нами использовалась расширенная панель инструментов для алгебры. С ее помощью можно задавать и строить графики любых конкретных функций, находить экстремумы, проводить касательные и вычислять их угловые коэффициенты. Наряду со стандартными арифметическими операциями предусмотрена также операция дифференцирования.

В качестве основы для создания сценария модели «Применение производной к исследованию функций» взяты прототипы задач из Открытого банка заданий Единого государственного экзамена по математике 2016 года. Модель предназначена для изучения связи между знаком производной и свойствами функции на основе визуализации характера зависимости между их графиками. Ее можно использовать на уроке при изучении тем «Возрастание и убывание функции», «Наибольшее и наименьшее значения функции», при обобщении и систематизации знаний по теме «Применение производной к исследованию функций».

Модель содержит четыре листа, на каждом из которых представлен график производной функции $f(x)$: $y = f'(x) = a \cdot \cos x \cdot (x - b) + a \cdot \sin x$ со случайно выбранными коэффициентами a и b . Сама функция $f(x) = a \cdot \sin x \cdot (x - b) + c$ подобрана таким образом, чтобы ее график имел несколько точек экстремума. Коэффициенты a , b и c можно задавать самостоятельно с помощью специальных окошек. Изменяя значения a и b , можно получать различные графики производной $y = f'(x)$.

На первом листе (рис. 1) представлена модель, позволяющая визуализировать необходимые и достаточные условия экстремума, условия возрастания и убывания функции. На графике производной функции $y = f'(x)$ отмечены восемь точек с абсциссами $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$, расположение которых можно менять (кроме точки x_2 , в которой любая функция будет иметь экстремум).

Сначала обучаемым предлагается определить точки, лежащие на промежутках возрастания функции. Для ответа на вопрос необходимо поставить галочки напротив соответствующих точек и нажать кнопку «Проверить». При этом ответ будет автоматически оценен и на чертеж будет выведен график самой функции $f(x)$, что позволит наглядно убедиться в выборе правильного ответа и установить связь между знаком производной и свойствами самой функции.

Динамический характер модели позволяет организовать в интерактивном режиме **дополнительное исследование задачи**:

- изменить расположение нескольких точек (кроме точки x_2) так, чтобы их количество на промежутках возрастания (убывания) функции увеличилось (уменьшилось);
- используя панель инструментов, отметить соответствующие точки на графике функции $f(x)$ и сформулировать условие возрастания (убы-

вания) функции с опорой на геометрический образ;

- определить количество точек экстремума функции, их характер, проанализировав поведение производной функции в окрестности этих точек;
- используя панель инструментов, построить касательную к графику функции $f(x)$ в любой точке, определить ее угловой коэффициент;
- скрыть один из графиков и попытаться установить свойства функции без опоры на геометрический образ.

Второй лист модели разработан по аналогии с первым листом. Только теперь при выполнении первого задания требуется указать точки, принадлежащие промежуткам убывания функции.

На третьем листе (рис. 2) изображен график производной функции, заданной на конкретном отрезке. Обучаемым предлагается определить, в какой точке отрезка $[2; 8]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение.

Для ответа на вопрос необходимо либо самостоятельно построить точку на графике, воспользовавшись панелью инструментов, либо, нажав кнопку «Подсказка», выбрать одну из предложенных точек. Результат будет автоматически проверен и оценен после нажатия кнопки «Проверить выделенный ответ». Вместе с оценкой на чертеж выводится график функции $f(x)$, что дает возможность обосновать алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значений функции с опорой на визуальный геометрический образ.

Исследовательская работа с данной моделью может быть организована посредством дополнительных заданий.

Задание 1. Выбрать интервал, где производная функции всюду отрицательна. По графику произво-



Рис. 1. Лист 1



Рис. 2. Лист 3

дной $y = f'(x)$ определить, в какой точке интервала функция $f(x)$ принимает наибольшее (наименьшее) значение, и построить эту точку с помощью панели инструментов.

Для проверки ответа на чертеж выводится график функции $f(x)$.

Задание 2. С помощью соответствующей кнопки панели инструментов скрыть график производной функции $y = f'(x)$. Отметить две точки на графике функции $f(x)$ и определить, в какой точке значение производной функции наибольшее.

Проверка результата осуществляется двумя способами. Сначала с помощью панели инструментов выполняется построение касательных к графику функции $f(x)$ в этих точках, определяются их угловые коэффициенты. Затем на чертеж выводится график производной $y = f'(x)$, определяются и сравниваются ее значения в этих точках.

Как показывает практика, это задание вызывает наибольшие затруднения у обучающихся. Различные подходы к созданию визуального образа производной будут способствовать более глубокому пониманию ее сущности как основной характеристики скорости изменения функции в точке.

Четвертый лист модели разработан по аналогии с третьим листом. Только теперь для ответа на вопрос необходимо указать точку отрезка $[2; 8]$, в которой функция $f(x)$ принимает наименьшее значение.

В заключение отметим, что эффективность образовательного процесса зависит, прежде всего, от инновационной активности самих учителей, важным аспектом которой является стремление к саморазвитию и самообразованию, овладение современными методами и средствами обучения, в том числе в об-

ласти информационных технологий. В связи с этим в Южном федеральном университете методическая подготовка бакалавров по направлению «Педагогическое образование», профиль «Математика», включает знакомство с технологией и практикой создания учебно-методических разработок в среде динамической математики.

Представленная модель была разработана при участии студентов и прошла первичную апробацию в рамках педагогической практики в XI классах на уроках по теме «Применение производной к исследованию функций». Использование интерактивной модели обеспечило возможность обобщить и систематизировать изученный материал на основе деятельностного подхода за счет внедрения элементов эксперимента и исследования. Это способствовало повышению степени эмоциональной вовлеченности обучающихся в учебный процесс и, как следствие, его интенсификации.

Литературные и интернет-источники

1. Вакуленкова М. В. Дидактические аспекты использования информационных технологий при обучении математике в общеобразовательной школе // Вестник Адыгейского государственного университета. Серия 3: Педагогика и психология. 2010. № 4.
2. Компьютерные программы для образования фирмы 1С. <http://obr.1c.ru/>
3. Роберт И. В. Методология информатизации образования // Проблемы современного образования. 2011. № 2.
4. Яценко И. В., Семенов А. В., Высоцкий И. Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2015 года по математике. <http://fipi.ru/egge-i-gve-11/analiticheskie-i-metodicheskie-materialy>