

В. А. Булычев,

Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ СРЕДЫ «1С:МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КОНСТРУКТОР» ПРИ ИЗУЧЕНИИ ОСНОВ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ

Аннотация

Рассматривается использование динамической среды «1С:Математический конструктор» при изучении теории вероятностей и математической статистики. Обсуждаются основные технологические особенности и преимущества использования интерактивных сред в этой области. Даются конкретные примеры моделей, проектов и практикумов.

Ключевые слова: вероятность, статистика, динамическая среда, интерактивная математическая система, моделирование, статистический эксперимент, «1С:Математический конструктор».

Сегодня уже не вызывает сомнения тот факт, что включение в учебный процесс интерактивных математических сред (ИМС) при умелом их использовании способно значительно повысить интерес учащихся к изучению математики. Но в чем состоит это «умелое использование»?

В каких видах учебной деятельности ИМС наиболее эффективны?

Каким требованиям должны удовлетворять учебные материалы?

Наконец, в каких разделах школьного курса математики использование ИМС вообще целесообразно?

В этой работе мы остановимся на том, как динамические возможности ИМС использовать при изучении достаточно нового раздела школьной математики — элементов теории вероятностей и математической статистики. Отметим, что разработанные в 2015 году новые стандарты школьного образования вызвали целый ряд вопросов, связанных с преподаванием этого раздела в школе.

Напомним, что появление ИМС относится к середине 90-х годов прошлого века и связано, прежде всего, с такими проектами, как The Geometer's Sketchpad (1994) [16] и Cabri Geometry (1995) [14]. В этих программах была впервые реализована идея

динамической геометрии, в основе которой лежат *подвижные связи* между объектами чертежа. Под такими связями понимаются все возможные геометрические отношения: принадлежности, пересечения, параллельности, перпендикулярности и т. д. Динамическими они называются потому, что один раз заложенные при построении чертежа, они сохраняются в дальнейшем при любой его интерактивной модификации. В дальнейшем идеи динамической геометрии были успешно распространены на другие области математики (функции и графики, алгебра, элементы математического анализа) [15].

Наиболее значимым российским проектом в этой области стала **интерактивная динамическая среда «1С:Математический конструктор»** (далее — МК), появившаяся в 2007 году [1, 7, 8]. Разработанная позже своих зарубежных аналогов, она прошла «интенсивный» курс развития и в настоящее время позволяет изучать все основные разделы школьной, а также некоторые разделы высшей математики. Начиная с версии 6.0, в МК появился инструментальный, посвященный вероятности и статистике.

С самого начала акцент в развитии МК делался не только на совершенствовании самой программы, но и на *разработке сопровождающих ее учебно-методических материалов*. Обычно вместе с каждым

Контактная информация

Булычев Владимир Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент, доцент кафедры высшей математики Калужского филиала Московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана; *адрес:* 248000, г. Калуга, ул. Баженова, д. 2; *телефон:* (4842) 74-92-59; *e-mail:* bulkalugaru@yandex.ru

V. A. Bulichev,

Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University

THE DYNAMIC CAPABILITIES OF 1C:MATHKIT IN THE STUDY OF PROBABILITY THEORY AND MATHEMATICAL STATISTICS

Abstract

The article discusses the use of dynamic environment 1C:MathKit in the course of probability and statistics. The principal technological features and benefits of the use of interactive media in this branch are discussed. Specific examples of statistical workshops are given.

Keywords: probability, statistics, dynamic environment, interactive mathematical system, modeling, statistical experiment, 1C:MathKit.

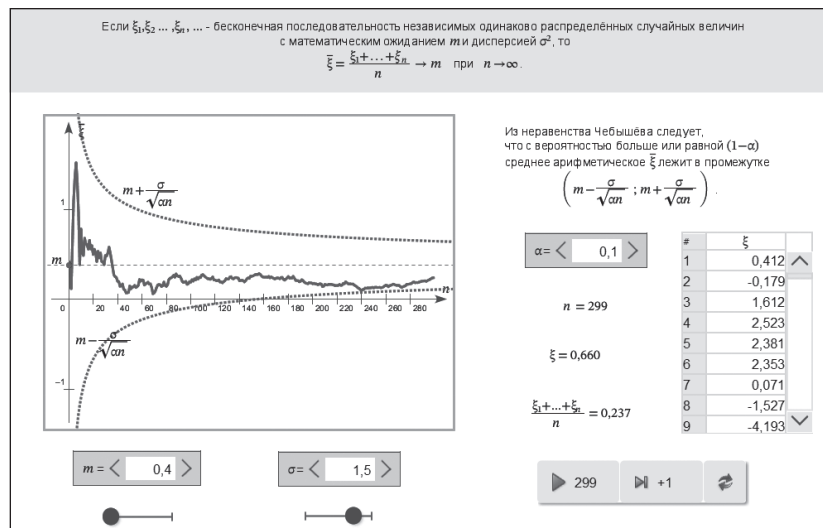


Рис. 1. Модель «Закон больших чисел»

новым релизом программы выпускалась и обновленная коллекция моделей-чертежей с методическими рекомендациями [10].

В дальнейшем речь пойдет о **новой коллекции учебных материалов, посвященных изучению основ теории вероятностей и математической статистики**. Отметим, что этот раздел уже был представлен в предыдущих выпусках [3, 12], но в новой версии он полностью переработан и значительно расширен.

Главной задачей, которая с самого начала стояла перед разработчиками новой коллекции, было сохранение основной идеи ИМС — максимальная интерактивность и подвижность всех элементов чертежа, поддержка динамических связей, а в методическом плане — обеспечение максимальной творческой активности и самостоятельности учащихся.

Особенностью вероятностно-статистических моделей является то обстоятельство, что динамика здесь может проявляться в двух аспектах, одинаково интересных в процессе обучения.

Во-первых, это **динамика изменения статистических показателей во времени**. Она как нель-

зя лучше позволяет наблюдать экспериментальные подтверждения основных теоретических результатов: закона больших чисел во всех его проявлениях, центральной предельной теоремы и многих других. Использование компьютерного эксперимента позволяет при этом многократно «сжать» время и получить достоверные статистические выводы за те несколько минут, которые отводятся на демонстрацию модели или выполнение задания.

Во-вторых, это **динамические связи самого чертежа**, т. е. соотношения между числовыми параметрами и графиками, таблицами, диаграммами и т. д. Они дают возможность учащимся проводить самостоятельное изучение новых понятий и закономерностей: открывать новые свойства и обнаруживать новые связи, определять скорость сходимости, устанавливать независимость предельного закона от исходного распределения и т. д.

На рисунках 1, 2 можно увидеть, как оба этих аспекта одинаково успешно используются при изучении важнейших предельных теорем теории вероятностей: закона больших чисел и центральной предельной теоремы.

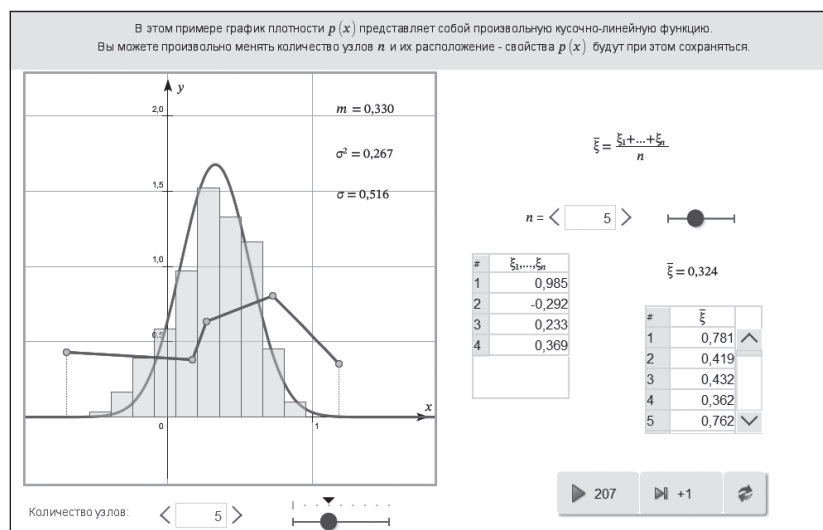


Рис. 2. Модель «Центральная предельная теорема»

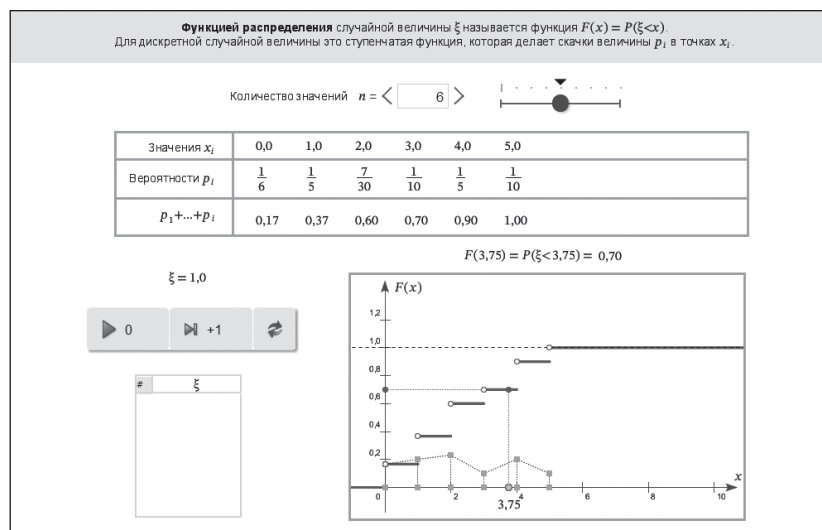


Рис. 3. Модель «Функция распределения»

Использование динамических связей оказывается особенно полезным при **изучении случайных величин** — нового и наиболее трудного раздела курса теории вероятностей, появившегося в школьной программе совсем недавно.

На рисунке 3 представлена динамическая модель функции распределения для произвольной дискретной случайной величины, а на рисунке 4 — модель для самостоятельного знакомства со свойствами математического ожидания.

«1С:Математический конструктор» значительно упрощает и делает более наглядным изучение основных вероятностных распределений, поскольку большинство из них представляют собой одно- или двухпараметрические семейства функций.

В математической статистике использование компьютерного эксперимента и динамических свойств чертежа позволяет уже на начальном уровне знаний решать вполне содержательные задачи: проводить оценку параметров, проверять статистические гипотезы, строить линейно-регрессионные модели. Использование МК избавляет при этом от сложных

выкладок, сохраняя суть этих методов и делая их максимально наглядными для применения.

На рисунке 5 показана проверка гипотезы о среднем весе кирпича, а рисунок 6 представляет наглядную динамическую модель линейной регрессии (часто даже студенты не понимают, чем отличается регрессия « y на x » от « x на y »). Вообще, опыт преподавания математической статистики в вузе показывает, что использование ИМС значительно повышает интерес студентов к этому предмету [4, 5, 11].

Использование конструкторских возможностей «1С:Математического конструктора» (в том числе программирование скриптов [2]) позволяет помимо традиционных видов учебной деятельности проводить самостоятельные исследования, организованные в виде практикумов или учебных проектов [6, 9, 13]. Такие задания также можно найти в новой коллекции — приведем здесь только некоторые из них (во всех примерах требуется разработать в МК модель и с ее помощью ответить на вопросы).

«Пробки на дороге» (рис. 7). Из города A в город B ведет однополосная дорога, на которой запрещены

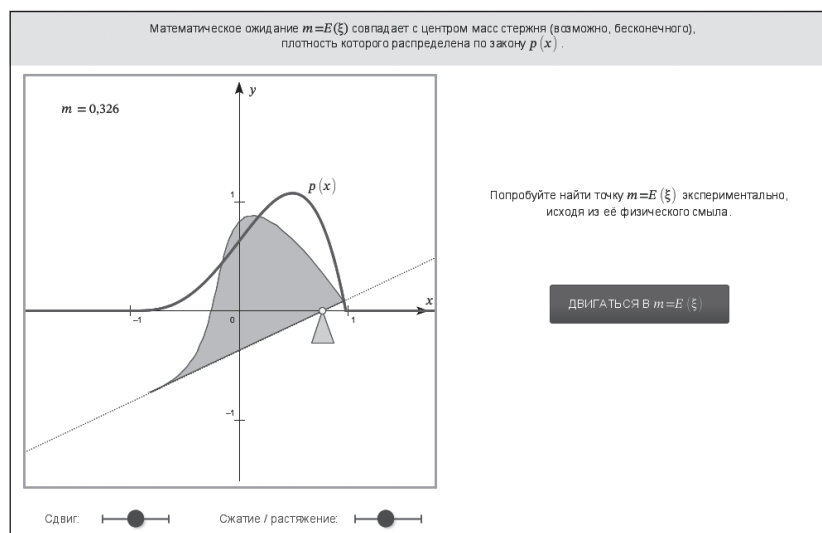


Рис. 4. Модель «Математическое ожидание»

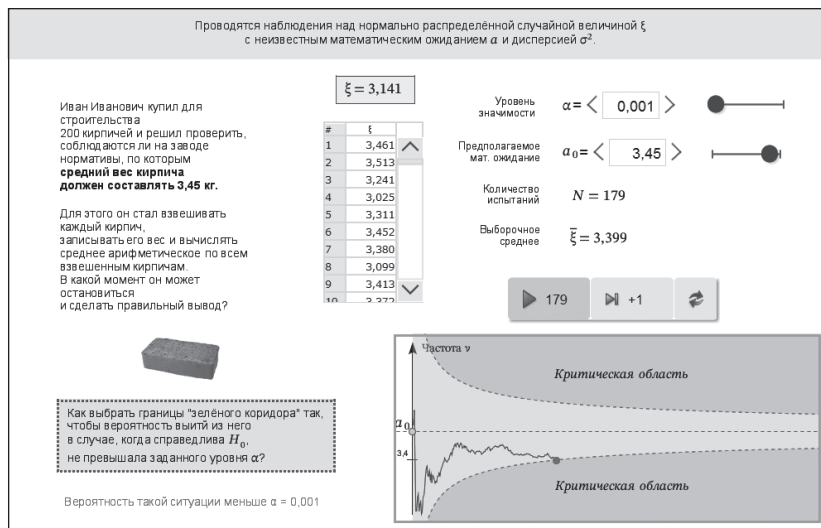


Рис. 5. Модель «Гипотеза о среднем»

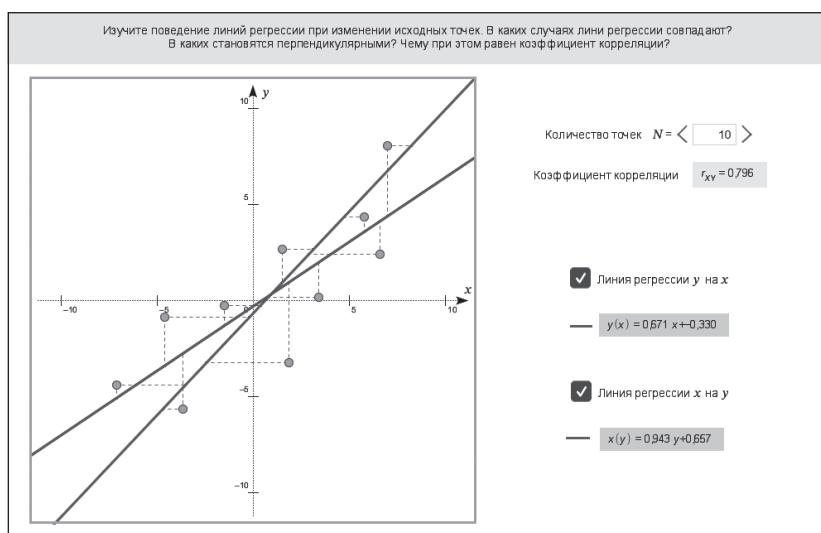


Рис. 6. Модель «Линейная регрессия»

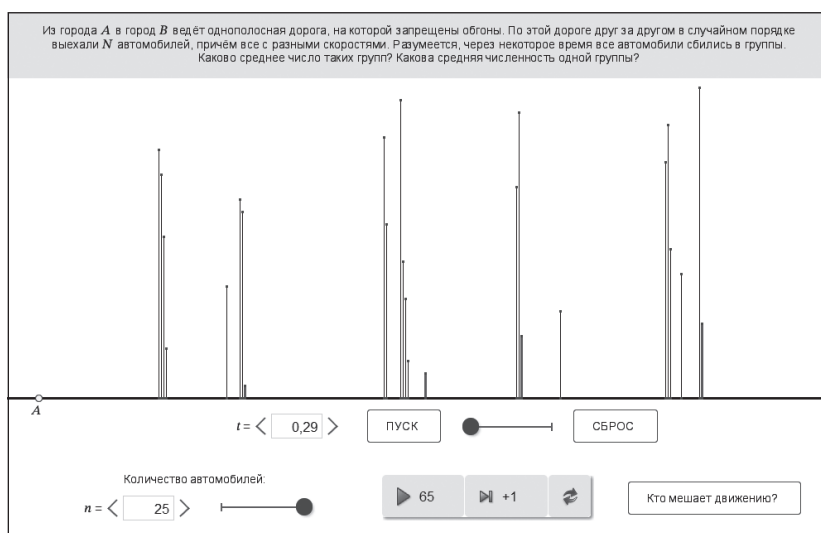


Рис. 7. Модель «Пробки на дороге»

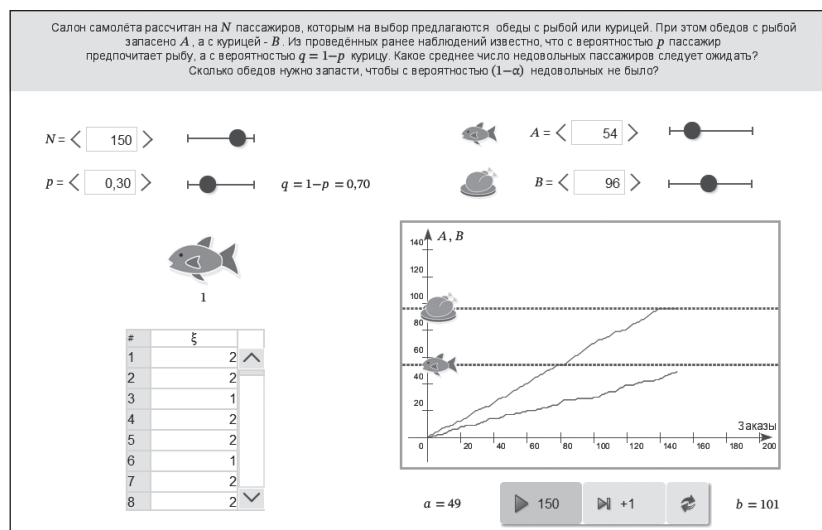


Рис. 8. Модель «Рыба или курица?»

обгоны. По этой дороге друг за другом в случайном порядке выехали N автомобилей, причем все с разными скоростями. Разумеется, через некоторое время все автомобили сбились в группы. Каково среднее число таких групп? Какова средняя численность одной группы?

«Рыба или курица?» (рис. 8). Салон самолета рассчитан на N пассажиров, которым на выбор предлагаются обеды с рыбой или курицей. При этом обедов с рыбой запасено A , а с курицей — B . Из проведенных ранее наблюдений известно, что с вероятностью p пассажир предпочитает рыбу, а с вероятностью $q = 1 - p$ курицу. Какое среднее число недовольных пассажиров следует ожидать? Сколько обедов нужно запасти, чтобы с вероятностью $(1 - \alpha)$ недовольных не было?

«Как собрать всю коллекцию?» Сашин младший брат Витя коллекционирует фигурки, спрятанные в шоколадных яйцах. Всего имеется N разновидностей таких фигурок. Какова вероятность, что после покупки k шоколадных яиц Витя соберет все фигурки? Какое среднее число различных фигурок можно ожидать после покупки k яиц? Сколько яиц нужно купить, чтобы с вероятностью $(1 - \alpha)$ собрать все фигурки?

Выход новой коллекции веб-ресурсов, посвященных изучению теории вероятностей и математической статистики, запланирован на лето 2018 года. Вместе с коллекцией по планиметрии она открывает серию электронных учебных материалов нового поколения под общим названием «Изучаем математику с Математическим конструктором 1С».

Список использованных источников

1. «1С:Математический конструктор» — программная среда для создания интерактивных математических моделей. <http://obr.1c.ru/mathkit>
2. Булычев В. А. Математика и программирование: использование скриптов в интерактивной среде «1С:Математический конструктор 6.0» // Информатика и образование. 2014. № 7.
3. Булычев В. А. Случайный эксперимент и его реализация в «1С:Математический конструктор 6.0» // Информатика и образование. 2014. № 3.

4. Булычев В. А., Булычева О. Г. Динамическая статистика в среде «1С:Математический конструктор» // Электронный журнал: наука, техника и образование. 2017. № 4 (16). <http://nto-journal.ru/uploads/articles/f17771609b6973cddbe0f212bef52445.pdf>

5. Булычев В. А., Булычева О. Г. Практикум по высшей математике в динамической среде «1С:Математический конструктор» // Электронный журнал: наука, техника и образование. 2016. № 4 (9). <http://nto-journal.ru/uploads/articles/1248f3306ccdf83684c765fb7099ea65.pdf>

6. Дубровский В. Н. «1С:Математический конструктор» и математический практикум в СУНЦ МГУ // Информатика и образование. 2016. № 7.

7. Дубровский В. Н. Знакомьтесь, «Математический конструктор» // Информатика и образование. 2014. № 7.

8. Дубровский В. Н. «Математический конструктор» как инструмент учителя // Труды XI международных Колмогоровских чтений. Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2013.

9. Иванова С. В. Исследовательская деятельность школьников на основе интерактивных сред // Информатика и образование. 2014. № 7.

10. Математика. Коллекция интерактивных моделей: задачи, проекты, игры, тренажеры. 5–11 классы + 1С:Математический конструктор 6.1 (DVD). М.: 1С-Паблишинг, 2015.

11. Сокол Г. И., Юшкевич О. П., Хорищенко А. А., Ткачук В. С., Лапик А. И. Моделирование механизмов промышленных и космических роботов в программной среде «1С:Математический конструктор» // Вестник национального технического университета «Харьковский политехнический институт». Серия «Информатика и моделирование». 2016. № 21.

12. Троицкая О. Н., Рябова А. Ф. Особенности применения интерактивных моделей творческой компьютерной среды «1С:Математический конструктор» при изучении стохастики в школе // Ученые записки ИУО РАО. 2016. № 4 (60).

13. Чернецкая Т. А. Реализация межпредметных связей математики, физики и информатики на основе использования в учебном процессе конструктивных творческих сред // Информатика и образование. 2013. № 2.

14. Cabri: maths software for students. <http://www.cabri.com>

15. Dynamic mathematics for learning and teaching. <https://www.geogebra.org>

16. The Geometer's Sketchpad Resource Center. <http://www.dynamicgeometry.com>