

М. В. Белорукова,

средняя школа № 8, г. Архангельск,

А. И. Ибрагимова, Р. П. Овчинникова,

Северный (Арктический) федеральный университет имени М. В. Ломоносова, г. Архангельск

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАБОЧИХ ТЕТРАДЕЙ И ИНТЕРАКТИВНЫХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ СРЕД НА УРОКАХ-ПРАКТИКУМАХ

Аннотация

В статье дана краткая история появления в образовательном процессе школы рабочих тетрадей, возникновения электронных рабочих тетрадей в результате внедрения информационных технологий и интерактивных геометрических сред. Описана методика обучения математике с использованием рабочей тетради на печатной основе и электронного пособия, содержащего задания для выполнения их в интерактивной геометрической среде. Приведен конспект урока-практикума в XI классе по теме «Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром», разработанный на основе данной методики.

Ключевые слова: рабочая тетрадь на печатной основе, электронная рабочая тетрадь, интерактивные геометрические среды, обучение решению задач с параметром.

Совершенствование методов, средств обучения и методической системы в целом является одной из актуальнейших задач современной педагогической науки и включает в себя разработку вопросов всеобщей активизации процесса обучения.

В настоящее время широкое распространение в образовательном процессе получили рабочие тетради, являющиеся пособиями одноразового использования и предназначенные для организации самостоятельной работы учащихся. Современные рабочие тетради содержат различные виды заданий на усвоение и закрепление нового материала, задания, направленные на формирование метапредметных умений и личностных качеств учеников, лабораторные работы, задания развивающего и исследовательского характера, которые позволяют проводить индивидуализированное и дифференцированное обучение, готовить учащихся

к успешной сдаче ЕГЭ и ГИА. Основными дидактическими функциями рабочих тетрадей являются [4]:

- повышение степени наглядности и доступности для учащихся учебного материала;
- в максимальной степени развитие познавательной деятельности учащихся;
- интенсификация труда учащихся.

Одной из первых рабочих тетрадей по математике считают тетради, разработанные М. Б. Воловичем [6], в основу которых положена теория усвоения (Л. С. Выготский, А. Н. Леонтьев, П. Я. Гальперин и др.). В настоящее время существует большое количество рабочих тетрадей по математике для основной и старшей школы, разработанных авторами-составителями учебных программ и учебников, методистами.

Благодаря активному внедрению в учебный процесс информационных технологий в 2005–2008 годах

Контактная информация

Белорукова Марина Васильевна, учитель математики средней школы № 8, г. Архангельск; *адрес:* 163046, г. Архангельск, пр-т Обводный канал, д. 30; *телефон:* (8182) 64 05-34; *e-mail:* marina.9149@yandex.ru

Ибрагимова Афаг Иман-кызы, студентка 4-го курса Высшей школы информационных технологий и автоматизированных систем Северного (Арктического) федерального университета имени М. В. Ломоносова; *адрес:* 163002, г. Архангельск, наб. Северной Двины, д. 17; *телефон:* (8182) 21-61-00, доб. 1913; *e-mail:* afina.ibragimova1996@mail.ru

Овчинникова Раиса Петровна, ст. преподаватель Северного (Арктического) федерального университета имени М. В. Ломоносова; *адрес:* 163002, г. Архангельск, наб. Северной Двины, д. 17; *телефон:* (8182) 21-61-00, доб. 1913; *e-mail:* r.ovchinnikova@narfu.ru

M. V. Belorukova,

School 8, Arkhangelsk,

A. I. Ibragimova, R. P. Ovchinnikova,

Northern (Arctic) Federal University named after M. V. Lomonosov, Arkhangelsk

FEATURES OF USING ACTIVITY BOOKS AND INTERACTIVE GEOMETRIC SOFTWARE IN WORKSHOP-LESSONS

Abstract

The article gives a brief history of the appearance of activity books in the educational process, the emergence of electronic activity books as a result of the introduction of information technology and interactive geometric software. The method of teaching mathematics using an activity book on a printed basis and electronic manuals to them is described, which contain tasks for performing in the interactive software. The abstract of the workshop-lesson in the 11th form on the topic "Graphic method for solving equations and inequalities with a parameter", developed on the basis of this method, is given.

Keywords: activity book on printed basis, activity electronic activity book, interactive geometric software, learning to solve problems with parameter.

(проект «Информатизация системы образования») и появлению новых электронных образовательных ресурсов, таких как «Живая математика», «Математический конструктор», GeoGebra, возникает новое средство для организации работы учащихся — электронная рабочая тетрадь. Функции такой рабочей тетради описаны в статье Д. Н. Петриченко, С. Н. Позднякова и В. И. Рыжика [8]:

- осуществление верификации предложенных решений, геометрических конструкций;
- организация деятельности учащихся с динамическими объектами, что является очень важным для развития «понятийно-образно-действенного» мышления.

Электронная рабочая тетрадь «Геометрия 9 (Динамическая геометрия)» была разработана на основе методических идей, положенных в основу учебника геометрии А. Д. Александрова и др. [1]. Для ее создания авторами использовалась программа «Живая математика» [7].

Особенностями электронной рабочей тетради являются [5]:

- включение в текст динамических интерактивных моделей для иллюстрации новых понятий;
- применение компьютерных манипуляторов для визуализации основных идей и поддержки учебно-исследовательской деятельности;
- использование задач, связанных с компьютерным конструированием и экспериментом.

В 2012 году в дополнение к учебнику «Геометрия, 7–9 классы» Л. С. Атанасяна и др. [2] были выпущены электронные издания «Наглядная планиметрия» и рабочие тетради [9, 10, 12], которые предназначались для организации ознакомления учащихся с теоретическим материалом и решения задач с использованием интерактивной геометрической среды (ИГС) GeoGebra [15]. Работа с заданиями в тетрадях предусматривалась параллельно с выполнением заданий в GeoGebra. В тетради школьники должны были фиксировать выполненные действия.

Основным видом задач такой тетради являются учебно-исследовательские задачи на визуализацию, трансформацию и исследование математических моделей геометрических объектов. Система учебно-исследовательских задач тетрадей включает следующие блоки [11]:

- знакомство с понятиями, свойствами, отношениями геометрических объектов и операциями их воспроизведения на чертежной плоскости;
- упражнения на построение на чертежной плоскости и на листе бумаги;
- задачи для самостоятельного решения, расположенные по степени возрастания исследовательской активности учащихся.

Апробация технологии обучения планиметрии с использованием интерактивной геометрической среды и рабочих тетрадей «Наглядная планиметрия» более чем в сорока школах регионов России, в том числе в Архангельской области, показала ее жизнеспособность и продемонстрировала ряд преимуществ по сравнению с традиционной системой обучения. Использование интерактивной геометрической среды в процессе обучения школьников геометрии способствует повышению уровня математической подготов-

ки, личностному развитию: воспитанию у учащихся навыков самоконтроля, рефлексии, изменению их роли в учебном процессе от пассивных наблюдателей до активных исследователей [13].

Экспериментальная работа с рабочими тетрадями и электронными пособиями «Наглядная планиметрия», множество методических статей об использовании интерактивных геометрических сред в решении задач школьного курса алгебры [3, 13] послужили толчком к *переносу применяемой методики обучения с использованием среды GeoGebra из геометрии в алгебру*.

Использование рабочих тетрадей на печатной основе и интерактивных моделей к ним, разработанных в интерактивной геометрической среде GeoGebra, мы начали с актуальной темы «Решение задач с параметром». Причиной выбора темы послужило то, что задачи с параметром входят в программу изучения математики профильной школы и являются одним из заданий высокого уровня ЕГЭ. Процент получения ненулевых баллов (по аналитическим материалам, опубликованным на сайте fipi.ru) — около 3 % участников экзамена. Основной проблемой в решении заданий авторы материалов отмечают недостаточную сформированность применения графического метода решения: «Без объяснений и обоснований на координатной плоскости отмечаются какие-то графики, какие-то множества и считается множество значений параметра (иногда совпадающее с искомым) <...> Было много работ, в которых на координатной плоскости обозначено, в том числе верно, много объектов, а ответа на поставленный вопрос так и не последовало» [14, с. 19]. Трудности при решении таких задач обусловлены еще и тем, что наличие параметра заставляет не решать задачу по известному алгоритму и определенным методом, а рассматривать различные случаи, при каждом из которых методы решения существенно отличаются друг от друга. Решение задач с параметром требует от учащихся не только знаний свойств функций и их графиков, методов решения уравнений и неравенств, умения выполнять алгебраические преобразования, но также высокой культуры мышления и умения проводить грамотное и тщательное исследование.

Приведем пример урока-практикума по решению уравнений и неравенств с параметром графическим методом. Деятельность учащихся организована с использованием интерактивной модели и рабочей тетради, что помогает активизировать на уроке работу всех учащихся.

Работа учащихся за компьютером чередуется с работой в рабочей тетради и разбита на четыре этапа:

- 1) преобразование уравнений и неравенств, описание и построение графиков в тетради;
- 2) проверка построения графиков с помощью интерактивной модели;
- 3) исследование зависимости количества решений задачи от параметра a с использованием модели;
- 4) самооценка и работа над ошибками в рабочей тетради.

Устная работа по определению групп графиков осуществляется с использованием анимационных роликов, выполненных в ИГС GeoGebra.

Урок «Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром»

Тип урока: урок-практикум.

Форма работы: самостоятельная работа учащихся с использованием рабочей тетради и интерактивной модели «Решение задач с параметром».

Предполагаемые результаты обучения:

- *предметные:* совершенствование навыков решения уравнений и неравенств с параметром на этапе обобщения знаний;
- *метапредметные:* самостоятельное осуществление, контроль и корректировка деятельности по решению задач с использованием рабочей тетради и ЭОР «Решение задач с параметром»;
- *личностные:* развитие способностей к самостоятельной деятельности.

Оснащение урока:

- интерактивная доска;
- проектор;
- компьютеры;
- рабочая тетрадь «Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром»;
- электронный образовательный ресурс *Практикум. Параметры. Графический.ggb*, созданный в ИГС GeoGebra 4.2.

План урока.

№ п/п	Этап урока	Форма организации	Время, мин
1	Организационный момент	Фронтальная работа	2
2	Мотивация изучения нового материала	Фронтальная работа	3
3	Актуализация знаний и умений учащихся	Фронтальная работа	10
4	Демонстрация решения задачи с параметром	Фронтальная работа	15
5	Практическая работа: самостоятельное решение задач	Индивидуальная работа учащихся	45
6	Подведение итогов урока, работа над ошибками	Фронтальная работа	10
7	Домашнее задание	Фронтальная работа	5

Ход урока

1. Организационный момент

Учитель приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку.

Девиз урока: «Математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед» (Айвен Нивен — канадско-американский математик, специалист в теории чисел, 1915–1999).

2. Мотивация изучения нового материала

На этапе мотивации изучения нового материала с учащимися проводится беседа.

Учитель задает **вопросы:**

- Какую тему мы изучаем? (*Задачи с параметром.*)
- Каким методом мы решали задачи с параметром на прошлом уроке? (*Аналитическим.*)
- Какие еще методы решения уравнений и неравенств вы знаете? (*Функциональный метод, графический метод, метод замены, комбинированные методы.*)
- Как вы думаете, какой будет тема сегодняшнего урока? (*Решение задач с параметрами каким-либо методом.*)
- Чтобы догадаться, какой метод мы будем рассматривать сегодня, определите, сможете ли вы решить это уравнение аналитическим методом.

Задача.

При каких значениях параметра a уравнение $a|x - 3| = x + 1$ не имеет решений; имеет одно решение; имеет два решения?

- С чего следует начать решение этого уравнения аналитическим методом? (*Обе части уравнения разделить на $a \neq 0$.*)
- Что будете делать дальше? (*Раскроем модуль по определению. Решим полученные уравнения относительно x .*)
- Как будете определять количество решений? (*Проведем исследование параметра a .*)
- Когда уравнение не будет иметь решений? (*Если при заданном значении параметра a решение уравнения не удовлетворяет условию раскрытия модуля.*)
- Итак, вы сможете решить это уравнение аналитическим методом. Но в чем сложность решения данного уравнения аналитическим методом? (*Долго, много случаев, много преобразований.*)
- Нельзя ли для решения этого уравнения выбрать другой метод? Какой? (*Можно. Графический.*)
- Каковы признаки выбора графического метода решения уравнения? (*Определение количества решений и знание графика уравнения.*)

Учитель. Итак, тема нашего сегодняшнего урока — «Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром».

3. Актуализация знаний и умений учащихся

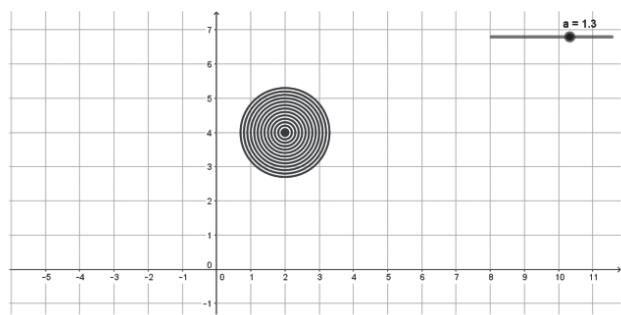
На этапе актуализации знаний устно решаются задания с использованием слайдов презентации, содержащих записи уравнений.

Учитель. Знание какого материала нам требуется для решения уравнений и неравенств с параметром графическим методом? (*Знание графиков функций.*)

Правильно. Но я бы уточнила: знание не только графиков функций, но и групп графиков, графиков не только функций, но и уравнений. Решим для этого следующие задания.

Задание 1

$$(x-2)^2 + (y-4)^2 = a^2$$



Задание 2

$$(x+a)^2 + (y-a)^2 = 4$$

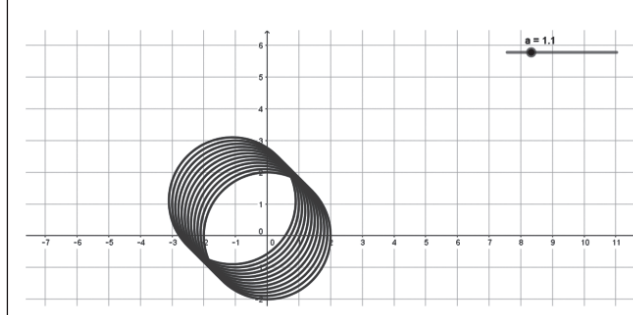


Рис. 1. Слайды презентации с анимацией семейства окружностей

Задания.

Опишите множества точек, координаты которых удовлетворяют уравнениям:

- 1) $(x-2)^2 + (y-4)^2 = a^2$; (Семейство концентрических окружностей радиуса $R = |a|$ с центром в точке $C(2; 4)$, если $a = 0$, то это сама точка C .)
- 2) $(x+a)^2 + (y-a)^2 = 4$; (Семейство окружностей радиуса $R = 2$ с центром в точке C , перемещающейся по прямой $y = -x$.)
- 3) $y = |2x - a| - 3$; (Семейство углов с изменяющейся вершиной $\left(\frac{a}{2}; -3\right)$.)
- 4) $y = ax - 2$; (Семейство прямых (кроме параллельных OY), проходящих через одну и ту же точку $M(0; -2)$ и имеющих изменяющийся угловой коэффициент $k = a$.)
- 5) $y = \sqrt{4x + 5} - 3a$; (Семейство кривых на плоскости XOY , представляющих верхнюю часть параболы.)
- 6) $y = (x+a)^2 - a + 1$; (Семейство парабол с изменяющейся вершиной в точке $(-a; -a + 1)$.)
- 7) $(x+y)^2 = a^2$; (Семейство параллельных прямых.)

Проверка осуществляется с помощью анимационных роликов, появляющихся на слайдах по щелчку мышью (рис. 1).

4. Демонстрация решения задачи с параметром

Демонстрация решения задачи происходит на интерактивной доске с использованием программы GeoGebra, в которой учитель выполняет построение графиков и проводит исследование количества решений уравнения.

Учитель. Вернемся к нашей задаче.

Задача.

При каких значениях параметра a уравнение $a|x-3| = x+1$ не имеет решений; имеет одно решение; имеет два решения?

Учитель. Вы сказали, что для решения этого уравнения можно использовать графический метод.

С чего начнем решение? (Представим левую и правую части уравнения в виде самостоятельных функций: $y = a|x-3|$ и $y = x+1$.)

Что будем делать дальше? (Построим в одной системе координат графики функций: $y = a|x-3|$ и $y = x+1$.)

Что представляют собой графики функций? (Второй — прямая, первый — угол с вершиной в точке $(3; 0)$, величина которого зависит от параметра a .)

Изобразите графики функций в тетради, а я сделаю это в GeoGebra (рис. 2).

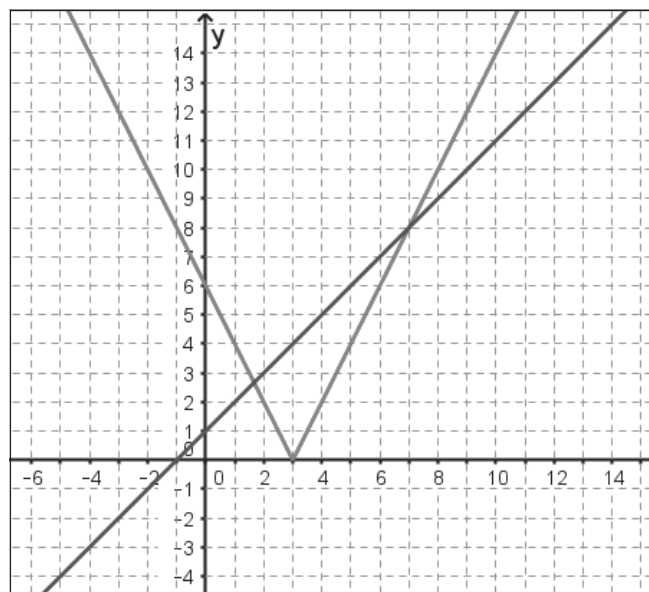


Рис. 2. Построение в системе координат графиков функций

От чего зависит количество решений уравнения? (От количества точек пересечения графиков.)

Так как моя модель является динамической, она поможет нам определить зависимость количества точек пересечения графиков от параметра a .

Учитель изменяет значения параметра a и демонстрирует возможные варианты.

Учитель. Как должны быть расположены графики, чтобы уравнение не имело решений? (Лучи угла направлены вниз, и один из них параллелен прямой.)

Как должны быть расположены графики, чтобы уравнение имело одно решение? (*Один луч угла пересекает прямую.*)

Как должны быть расположены графики, чтобы уравнение имело два решения? (*Оба луча угла пересекают прямую.*)

Найдите значение параметра a в каждом из этих трех случаев. ($a \leq -1$, $-1 < a \leq 1$, $a > 1$.)

5. Практическая работа: самостоятельное решение задач

Учитель. Далее вы будете работать самостоятельно. Для оформления решения задач используйте рабочую тетрадь, а для проверки построения и исследования — динамическую модель.

Для начала внимательно ознакомьтесь с инструкцией по выполнению практической работы.

Учащиеся решают задачи самостоятельно, каждый решает задачи в своей рабочей тетради. Ноутбук используется двумя учениками по очереди (рис. 3). Для учащихся, работающих быстро, желательно иметь запасной ноутбук. Как правило, проблем с использованием компьютера не возникает, так как большая часть работы связана с решением задачи в тетради.

Инструкция по выполнению самостоятельной работы.

1. Получите номер варианта самостоятельной работы.
2. Запишите уравнение (неравенство, систему), подставляя коэффициенты, соответствующие варианту.
3. Начните решать задание в рабочей тетради с преобразования уравнения, неравенства. Опишите графики функций, стоящие в левой и правой частях уравнения, неравенства. Постройте их в тетради.

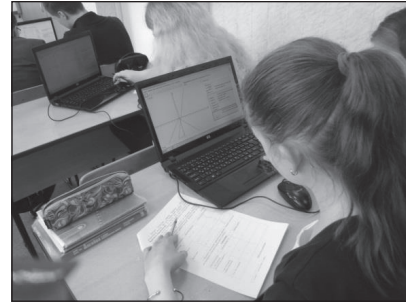


Рис. 3. Самостоятельное решение задач учащимися с использованием рабочей тетради и ноутбука

4. Проверьте выполнение построения с помощью динамической модели *Практикум_Параметры.ggb*. Для этого в желтом окне поставьте движки в соответствии с полученным вариантом. В зеленом окне выберите номер задачи с помощью установления флажка. Проверьте правильность описания и построения графиков, исправьте ошибки в рабочей тетради, если они есть.
5. Используйте модель для исследования зависимости количества решений задачи от параметра a . Для этого в синем окне измените значения параметра a и наблюдайте за изменениями взаимного расположения графиков в системе координат. Ответьте на поставленный вопрос задачи и ответ запишите в рабочую тетрадь.
6. Сообщите учителю о своей готовности, проверьте ответ.
7. Оцените свою работу на каждом этапе решения задачи и заполните таблицу «Самооценка».

На рисунке 4 приведен пример выполнения пунктов 4–5 данной инструкции с помощью интерактивной модели.

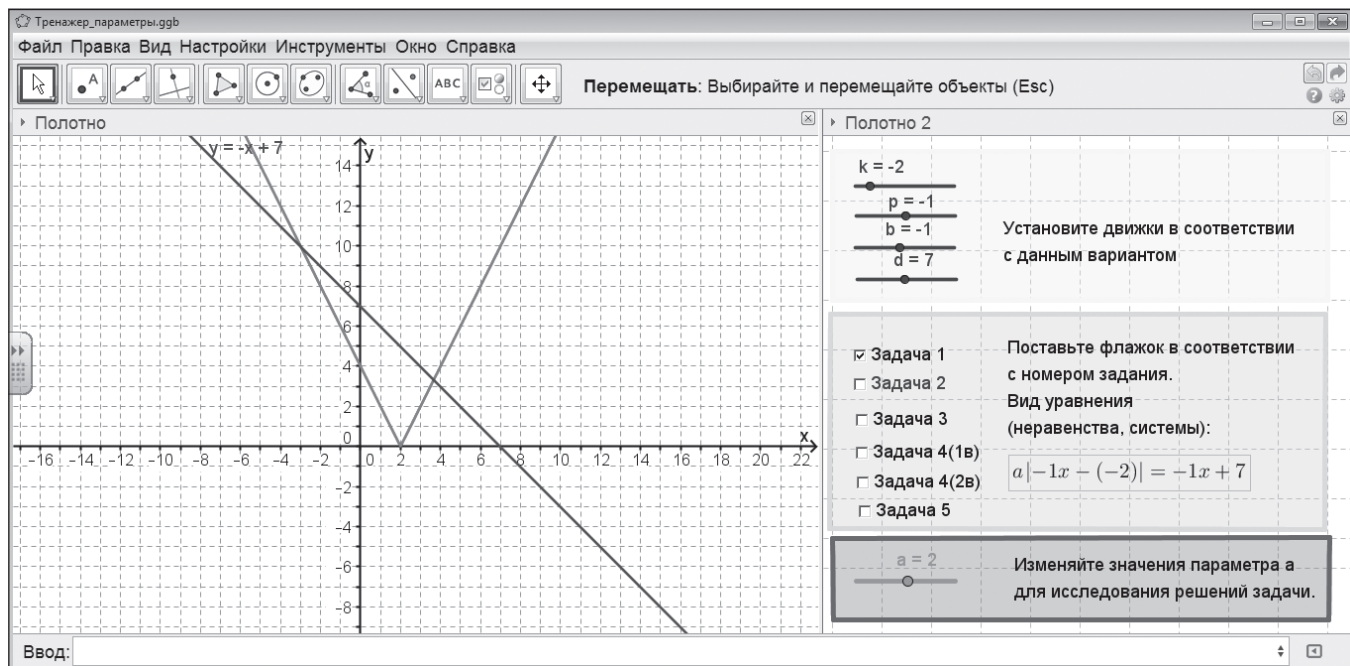


Рис. 4. Интерактивная модель «Решение задач с параметром»

Урок-практикум
«Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром»

Решите графическим методом следующие уравнения и неравенства:

Задача 1. При каких значениях параметра a уравнение $a|px - k| = bx + d$ не имеет решений, одно, два решения.

	k	p	b	d
1 вариант	1	1	1	2
2 вариант	3	1	1	1
3 вариант	-1	2	2	-2
4 вариант	4	1	2	-2

Перепишите задание в соответствии с полученным вариантом (вставьте в пропущенные места значение коэффициентов k, p, b и d).

При каких значениях параметра a уравнение _____ имеет единственное решение.

Решение.

1. Опишите графики функций, входящих в левую и правую части уравнения.

--

2. Постройте в одной системе координат графики функций $y = a|px - k|$ и $y = bx + d$.

--

3. Проверка построения графиков. Перейдите к работе с интерактивной моделью. Для этого откройте файл программы GeoGebra Практикум_Параметры.ggb. В желтом окне установите движки в соответствии с данным вариантом. В зеленом окне установите флажок против надписи «Задача 1». Проверьте правильность построения графиков. Исправьте ошибки, если они имеются.

4. Исследование количества решений от параметра a . Изменяйте параметр a с помощью движка, расположенного в синем окне. Наблюдайте за точками пересечения этих графиков функций. Запишите ниже результаты исследования в таблицу 1.

Таблица 1

Результат исследования	Значение параметра	Схематический рисунок
Нет решений		
Одно решение		
Два решения		

5. Проверка выполнения практической работы. Сравните результаты исследования с ответами (ответы взять у учителя).

Самооценка

Этап исследования	Оценка в баллах 0–2 ¹	Характер ошибки
1 этап. Описание функций и их графиков		
2 этап. Построение графиков функций		
3 этап. Исследование		

Работа над ошибками

¹ 0 — не верно, 1 — частично верно, 2 — верно.

а

Урок-практикум
«Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром»

Решите графическим методом следующие уравнения и неравенства:

Задача 1. При каких значениях параметра a уравнение $a|px - k| = bx + d$ не имеет решений, одно, два решения.

	k	p	b	d
1 вариант	1	1	1	2
2 вариант	3	1	1	1
3 вариант	-1	2	2	-2
4 вариант	4	1	2	-2

Перепишите задание в соответствии с полученным вариантом (вставьте в пропущенные места значение коэффициентов k, p, b и d).

При каких значениях параметра a уравнение _____ имеет единственное решение.

Решение.

1. Опишите графики функций, входящих в левую и правую части уравнения.

$y = x + 2$ - линейная функция
 $y = a|x - 1|$ - параболы вершиной в точке $x = 1$

--

2. Постройте в одной системе координат графики функций $y = a|px - k|$ и $y = bx + d$.

--

3. Проверка построения графиков. Перейдите к работе с интерактивной моделью. Для этого откройте файл программы GeoGebra Практикум_Параметры.ggb. В желтом окне установите движки в соответствии с данным вариантом. В зеленом окне установите флажок против надписи «Задача 1». Проверьте правильность построения графиков. Исправьте ошибки, если они имеются.

4. Исследование количества решений от параметра a . Изменяйте параметр a с помощью движка, расположенного в синем окне. Наблюдайте за точками пересечения этих графиков функций. Запишите ниже результаты исследования в таблицу 1.

Таблица 1

Результат исследования	Значение параметра	Схематический рисунок
Нет решений	$a < -1$	
Одно решение	$-1 < a < 1$	
Два решения	$a > 1$	

5. Проверка выполнения практической работы. Сравните результаты исследования с ответами (ответы взять у учителя).

Самооценка

Этап исследования	Оценка в баллах 0–2 ¹	Характер ошибки
1 этап. Описание функций и их графиков	2	
2 этап. Построение графиков функций	2	
3 этап. Исследование	2	

Работа над ошибками

¹ 0 — не верно, 1 — частично верно, 2 — верно.

б

Рис. 5. Страницы рабочей тетради — пустые (а) и заполненные учащимся (б)

На рисунке 5 приведен фрагмент рабочей тетради и решение задачи учащимся XI класса.

6. Подведение итогов урока, работа над ошибками

Могут быть запланированы различные варианты работы над ошибками, например:

- фронтальная работа под руководством учителя — если большинство учащихся сделали ошибки при решении данной задачи;
- групповая работа — если ошибки допущены учащимися эпизодически в различных заданиях (группы формируются в зависимости от неверно решенного задания). Групповым консультантом является ученик, решивший данное задание верно;
- индивидуальная работа — если один-два учащихся допустили ошибки.

При этом снова используется интерактивная модель.

После работы над ошибками учитель предлагает учащимся поставить себе оценку за урок по итогам выполнения заданий. Результатом практикума не является решение всех предложенных задач на занятии всеми учащимися — каждый ученик работает в соответствии со своими возможностями.

7. Домашнее задание

Так как GeoGebra является свободно распространяемой программой и, кроме того, на официальном сайте GeoGebra [15] имеется возможность работать с ее онлайн-версией, домашняя работа может содержать задания, для выполнения или проверки которых можно использовать данную программу.

1. Найдите все значения a , при каждом из которых множеством решений неравенства $\sqrt{5-x} + |x+a| \leq 3$ является отрезок.
2. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $a|x-4| = \frac{5}{x+1}$ на множестве $[0; +\infty)$ имеет ровно два корня.
3. Найдите все положительные значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-5)^2 + (y-4)^2 = 4, \\ (x-2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$
 имеет единственное решение.

Замечание. Для проверки правильности решения задачи постройте ее модель в ИГС.

По аналогичной схеме нами разработаны и проведены:

- уроки решения уравнений и неравенств с параметром с использованием геометрических методов;
- уроки решения уравнений и неравенств с параметром методом областей.

Уроки-практикумы с использованием рабочих тетрадей и интерактивных моделей к ним позволяют

эффективно применять интерактивные геометрические среды, подходить к обучению дифференцированно, индивидуализировать работу с учащимися. Такие уроки нравятся ученикам. Многие учащиеся оценили урок словами: «Наконец-то я понял(а), как решать задачи с параметром!»

Объективными результатами эффективности использования рабочих тетрадей являются итоги ЕГЭ по математике: если на пробном экзамене к задаче с параметром приступил один человек из 24 человек класса, то на основном экзамене к решению приступили семь человек и все они получили ненулевые баллы.

Список использованных источников

1. Александров А. Д., Вернер А. Л., Рыжик В. И. Геометрия. 9 класс: экспериментальный учебник. М.: МИРОС, 1997.
2. Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф., Кадомцев С. Б. и др. Геометрия. 7–9 классы: учебник для общеобразовательных организаций. 2-е изд. М.: Просвещение, 2012.
3. Безумова О. Л., Котова С. Н., Шабанова М. В. Компьютерная поддержка решения школьных алгебраических задач средствами GeoGebra // Современные проблемы науки и образования. 2013. № 1.
4. Болотова А. И. Рабочая тетрадь как средство развития познавательной самостоятельности при обучении математике младших школьников: автореф. дис. ... канд. пед. наук. 13.00.02. М., 2012.
5. Вернер А. Л., Васюткина Е. Г., Никитин А. Б., Поздняков С. Н., Рыжик В. И., Цикин И. А. ИУМК «Геометрия 9. Динамическая геометрия». М.: Просвещение. <http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/b20277eb-3501-4e8c-bb18-590adb91f106/index.htm>
6. Волович М. Б. Математика без перегрузок. М.: Педагогика, 1991.
7. Живая математика. Виртуальная математическая лаборатория. <http://www.int-edu.ru/content/rusticus-0>
8. Петриченко Д. Н., Поздняков С. Н., Рыжик В. И. Электронная рабочая тетрадь по геометрии для 9 класса // Компьютерные инструменты в образовании. 2006. № 2.
9. Розов Н. Х., Ягола А. Г., Сергеева Т. Ф., Сервис И. Н. Наглядная планиметрия. Рабочая тетрадь. 7 класс. М.: АСОУ, 2013.
10. Розов Н. Х., Ягола А. Г., Сергеева Т. Ф., Сервис И. Н. Наглядная планиметрия. Рабочая тетрадь. 9 класс. М.: АСОУ, 2015.
11. Сергеева Т. Ф. Проектирование исследовательского обучения школьному курсу геометрии на основе использования интерактивной геометрической среды // Synergetics and Reflection in Mathematics Education. September 10–12, 2010, Bachinovo, Bulgaria. Plovdiv (Bulgaria), 2010.
12. Сергеева Т. Ф., Парфенов С. В., Сервис И. Н. Наглядная планиметрия: рабочая тетрадь для 8 класса. М.: АСОУ, 2015.
13. Шабанова М. В., Сергеева Т. Ф. GeoGebra в системе средств обучения математике // Информатика и образование. 2014. № 7.
14. Яценко И. В., Семенов А. В., Высоцкий И. Р. Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2017 года по математике. http://www.fipi.ru/sites/default/files/document/1503671371/matematika_2017.pdf
15. GeoGebra — официальный сайт. <http://www.geogebra.org>